LE PROVE INVALSI E LA DIDATTICA DELLA MATEMATICA

di Maria Chiara Cibien, Federica Ferretti, Serena Monica, Giada Viola

INTRODUZIONE

La ricerca in didattica della matematica ha prodotto risultati consolidati che, nel tempo, sono stati approfonditi e discussi all'interno della comunità scientifica. Una definizione iniziale di questi «solid findings» è stata proposta nel 2011 dalla Società Matematica Europea (EMS, 2011) e successivamente sviluppata, come riassunto nel lavoro di Bosch e colleghi (2017). Tali risultati, ottenuti principalmente attraverso metodologie qualitative condivise, descrivono dettagliatamente fenomeni didattici e offrono strumenti teorici utili agli insegnanti per interpretare i processi di apprendimento e affrontare le dinamiche delle loro classi. Tuttavia, spesso manca una quantificazione di questi fenomeni in contesti specifici, come ambiti nazionali o regionali. Avere dati quantitativi su vasta scala può supportare gli insegnanti con strumenti pratici e i ricercatori nel comprendere meglio la complessità e la diffusione di tali fenomeni. Come messo in luce dalla letteratura (si vedano, ad esempio, De Lange, 2007; Ferretti & Santi, 2023; Ferretti, Gambini & Santi, 2020; Meinck *et al.*, 2017), avere dati che quantificano la diffusione di un fenomeno in uno specifico contesto può essere uno strumento utile per collegare i risultati della ricerca con le pratiche sul campo degli insegnanti. Inoltre, l'analisi di queste informazioni può essere utile per favorire lo sviluppo professionale degli insegnanti e per avvicinare i risultati della ricerca alle pratiche educative quotidiane.

Questo contributo si inserisce in questa prospettiva, proponendo riflessioni su come i dati e le analisi delle valutazioni su larga scala di matematica, opportunatamente interpretati con le lenti teoriche della didattica della matematica, possano fornire informazioni utili per i processi di insegnamento e apprendimento della matematica. L'obiettivo è comprendere come strumenti pensati per intervenire a livello sistemico possano influire sulle pratiche didattiche di insegnanti, formatori e studiosi, promuovendo un confronto tra dimensioni globali e locali dei sistemi educativi. I principali sviluppi di questa linea di ricerca sono stati presentati al Seminario Nazionale AIRDM 2023 (https://www.airdm.org/seminario-nazionale/xxxix-seminario-nazionale-in-didattica-della-matematica/), a cui si rimanda per approfondimenti.

LE PROVE INVALSI E LA RICERCA IN DIDATTICA DELLA MATEMATICA

In parallelo allo sviluppo delle più importanti esperienze internazionali (OCSE-PISA, IEA-TIMSS, IEA-PIRLS), negli ultimi decenni quasi la totalità dei Paesi ha introdotto rilevazioni nazionali su larga scala degli apprendimenti nella scuola primaria e nella scuola secondaria (Looney, 2011). Queste rilevazioni, costruite con l'obiettivo di valutare l'apprendimento della matematica a livello di sistema, stanno avendo sempre più implicazioni dal punto di vista educativo, didattico, storico-culturale e politico sia a livello locale sia a livello globale (Atkin, 1998; Breakspear, 2012). Come messo in luce dalla letteratura (si veda, ad esempio, Doig, 2006), l'impatto istituzionale delle valutazioni su larga scala ha forti conseguenze anche a livello di classe, quindi sui processi di insegnamento-apprendimento.

In Italia, le rilevazioni su larga scala sono gestite dall'INVALSI (www.invalsi.it), che si occupa di verificare periodicamente le competenze degli studenti e la qualità del sistema scolastico. Le prove INVALSI di matematica, strettamente coerenti con le Indicazioni Curricolari Ministeriali (Indicazioni Nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione, Assi Culturali, Indicazioni Nazionali per i Licei, Linee Guida per i Tecnici e i Professionali), sono uno strumento fondamentale per analizzare i macrofenomeni educativi e interpretare alcuni aspetti specifici del contesto italiano. Infatti, è proprio grazie alla coerenza tra le prove e il curriculum scolastico italiano che gli studi in riferimento ai macro-fenomeni emersi in sede di valutazione INVALSI forniscono informazioni sui processi di apprendimento e insegnamento nel contesto nazionale e possono essere utilizzati in diverse direzioni, anche nella progettazione di interventi didattici.

Numerose ricerche basate sulle prove INVALSI hanno combinato metodi quantitativi e qualitativi per affrontare problemi complessi. Questi studi hanno prodotto risultati significativi, come l'identificazione di nuovi effetti legati al contratto didattico (ad esempio, l'effetto «età della Terra», Ferretti & Bolondi, 2019) e approfondimenti sul divario di genere in matematica (Ferretti & Giberti, 2021; Giberti, 2019). Alcune ricerche sono state condotte sul tema della formazione insegnanti: in esse le prove e i risultati INVALSI, lette e interpretati con le lenti fornite dalla didattica della matematica, diventano un elemento dinamico per lo sviluppo professionale degli insegnanti, e strumento per la riflessione critica sul proprio insegnamento (Ferretti, Gambini & Santi, 2020 e Ferretti & Santi, 2023). In particolare, nel prossimo paragrafo mostreremo un esempio di studio che utilizza le prove INVALSI di matematica per indagare le conoscenze specialistiche per l'insegnamento della matematica, utilizzando il costrutto teorico del *triplice conflitto meta-didattico* (Arzarello & Ferretti, 2021; Arzarello, Ferretti & Vannini, 2022; Ferretti & Arzarello, under review).

LE PROVE INVALSI E LA FORMAZIONE DEGLI INSEGNANTI: IL CONFLITTO META-DIDATTICO

Uno dei più recenti filoni di ricerca in didattica della matematica è volto allo studio di quali conoscenze e *beliefs* sono necessari per l'insegnamento della matematica e in che modo esse influenzino le scelte degli insegnanti. La maggior parte delle ricerche su questo tema si basano sugli studi fondazionali di Shulman (1986) che hanno definito le conoscenze necessarie agli insegnanti di matematica, individuando due componenti distinte ma tra loro fortemente interconnesse: la *Conoscenza della disciplina* – Subject Matter Knowledge – e la *Conoscenza pedagogica del contenuto* – Pedagogical Content Knowledge.

Focus dell'analisi sarà quello che Arzarello e Ferretti hanno denotato come *triplice conflitto meta-didattico* (Arzarello & Ferretti, 2021; Arzarello, Ferretti & Vannini, 2022), costrutto emerso dalla ricerca effettuata dal Gruppo nazionale dell'Osservatorio S.I.R.D. (Società Italiana di Ricerca Didattica) su didattica della matematica e prove INVALSI. La contestualizzazione di questo *triplice conflitto meta-didattico* nasce dall'analogia tra il piccolo contesto di una classe di matematica abituale e il contesto scolastico nazionale generale, che la ricerca ha preso in considerazione. Nell'analisi delle interazioni in classe è comune osservare quello che Anna Sfard chiama un «discorso incommensurabile» (Sfard, 2008) tra l'insegnante e gli studenti: spesso accade che – nei processi comunicativi nelle pratiche didattiche – gli studenti usino le stesse parole degli insegnanti ma con un significato diverso, e senza essere consapevoli della differenza. Si genera un conflitto che, se non viene superato, può avere gravi conseguenze sul successo dei processi di insegnamento/apprendimento in classe. Qualcosa di simile è successo quando sono state analizzate le conoscenze e i *beliefs* degli insegnanti italiani sulle prove INVALSI e la didattica della matematica: anche in questo contesto sono stati individuati linguaggi incommensurabili, che identificano il cosiddetto *triplice conflitto meta-didattico*. Come suggerisce il nome, questo conflitto ha tre componenti ed è meta-didattico poiché riguarda i discorsi sui processi didattici come la valutazione, le competenze e gli errori degli studenti, ecc., e non i concetti matematici pensati in sé. La prima componente, la *percezione della difficoltà dei quesiti*, riguarda il fatto che molti insegnanti percepiscono le difficoltà dei quesiti delle prove INVALSI di matematica in modo molto diverso da quanto emerge a livello nazionale. La seconda componente, *la consapevolezza delle cause degli errori degli studenti,* riguarda l'interpretazione delle possibili cause degli errori degli studenti rilevati in sede di valutazione standardizzata INVALSI e la terza componente, *la percezione dello scopo dei quesiti,* è una conseguenza delle due precedenti e riguarda il modo contraddittorio con cui gli insegnanti interpretano lo scopo dei quesiti delle prove INVALSI di matematica. Negli studi di Arzarello e Ferretti (2021), il conflitto è stato analizzato in ambito di scuola primaria con insegnanti in servizio. Questi risultati sono stati approfonditi e hanno guidato la progettazione di due ricerche successive: la prima è la ricerca i), oggetto della tesi di laurea magistrale in matematica di una delle autrici del contributo, in cui sono state investigate la presenza e le caratteri-

stiche del conflitto meta-didattico a livello di scuola secondaria; la seconda ii) è parte del progetto di ricerca nazionale «Mathematics standardized assessment as a tool for teachers' professional development» vincitore del bando PRIN 2022.

DUE RICERCHE SUL TRIPLICE CONFLITTO META-DIDATTICO A PARTIRE DALLE PROVE INVALSI

A titolo esemplificativo si analizzano i dati in riferimento a un macro-fenomeno, oggetto di entrambe le ricerche sopra menzionate, analizzato nelle direzioni della prima e della seconda componente del *triplice conflitto meta-didattico*.

Il macrofenomeno oggetto degli studi fa riferimento al quesito 21 – prova INVALSI di matematica 2017, grado 10 (classe seconda della scuola secondaria di secondo grado). Nel quesito viene chiesto di determinare la pendenza (o coefficiente angolare) di una retta noti due suoi punti e la sua rappresentazione grafica (Figura 1a). La risoluzione del quesito non solo richiede la corretta individuazione del coefficiente angolare della retta rappresentata, ma anche la *conversione* in termini di Duval (2006) dal registro grafico al registro algebrico. L'opzione corretta è la C; i distrattori proposti nel quesito riportano tutte le possibili combinazioni dei valori 2 e 3, fornendo la possibilità di indagare se siano presenti difficoltà nell'associazione della pendenza della retta considerata ad un coefficiente angolare negativo e nella conversione algebrica della rappresentazione grafica. Difatti, il distrattore B richiama il risultato ma ha il segno opposto; il distrattore A è l'antireciproco dell'opzione corretta; il distrattore D è l'inverso dell'opzione C.

Come mostrato in Figura 1b, la risposta corretta è scelta da meno di un terzo degli studenti del campione nazionale. Le opzioni sbagliate più scelte sono le opzioni D e A (scelte entrambe da circa il 24% degli studenti). Riportiamo brevemente i principali risultati ottenuti in riferimento a questo item nei due studi.

STUDIO I)

La ricerca è stata condotta nella primavera del 2024 e i principali risultati sono discussi in Monica (in press). Allo studio hanno partecipato 44 insegnanti di matematica delle scuole secondarie di secondo grado e 18 futuri insegnanti frequentanti corsi di didattica della matematica all'interno di lauree magistrali in matematica nel territorio nazionale. Per indagare la prima componente del triplice conflitto meta-didattico – la percezione della difficoltà di un quesito – è stato predisposto un questionario online contenente il quesito INVALSI (n. 21, Gr10 2017) senza esplicitare le percentuali di scelta nazionale di ogni opzione. Relativamente ad esso, è stato chiesto di indicare in una Likert da 1 (molto facile) a 4 (molto difficile) «Secondo te, quanto è difficile il seguente quesito per degli studenti alla fine della classe seconda della scuola secondaria di secondo grado?». In Figura 2 sono riportate le risposte ottenute.

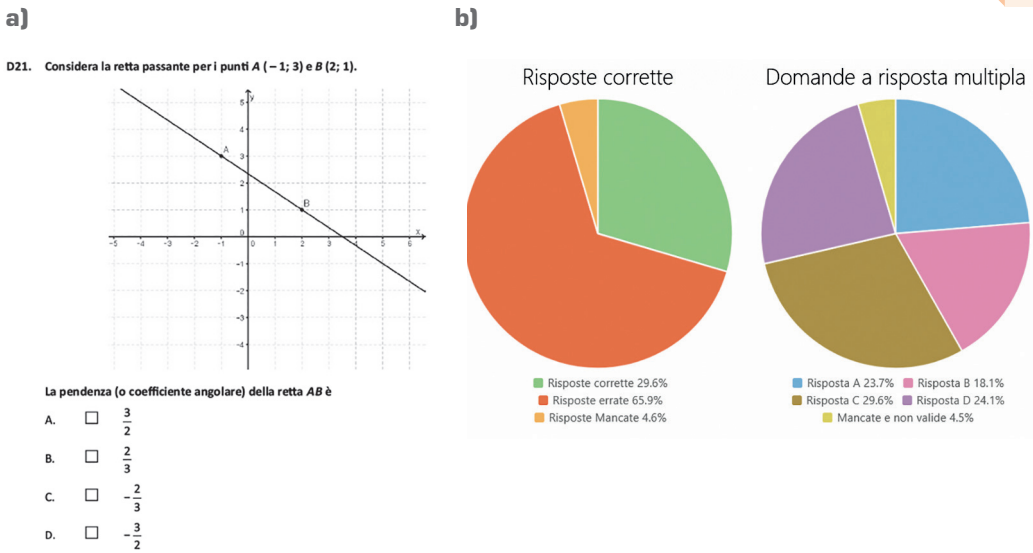

Figura **1** – a) Item 21, INVALSI 2017, grado 10; b) Percentuali di risposta – campione nazionale (www.gestinv.it).

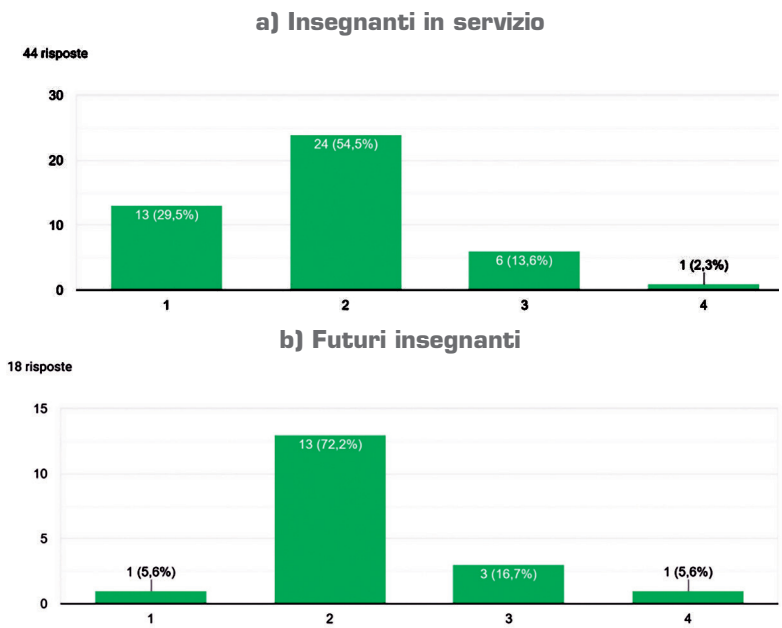

Figura **2** – Percentuali di risposta: a) insegnanti in servizio, b) futuri insegnanti.

Si osserva che, nonostante circa solo il 29% degli studenti a livello nazionale abbia dato la risposta corretta, la maggior parte dei partecipanti allo studio (85% degli in-

segnanti in servizio e 80% dei futuri insegnanti) ha considerato la domanda facile (2) o molto facile (1). Gli insegnanti in servizio assegnano il punteggio 1 (molto facile) in percentuale maggiore (29,5%) rispetto ai futuri insegnanti (5,6%). Il quesito verte su conoscenze e competenze parte dei curriculum scolastici del biennio delle scuole secondarie di secondo grado; tale risultato potrebbe scaturire dal fatto che gli insegnanti in servizio hanno una maggiore esperienza con la pratica in classe e con il *curriculum implementato* ([1]) e si aspettano che gli studenti abbiano familiarità con questo argomento. I risultati mostrati contrastano con le risposte nazionali e simboleggiano una possibile criticità nella percezione degli insegnanti, in riferimento alle loro conoscenze specialistiche e, in particolare, a quelle strettamente relative al processo di insegnamento-apprendimento legate alla percezione della difficoltà di un problema. Questo fenomeno è confermato anche dall'analisi dei dati di altre quattro domande del questionario, relative ad altrettanti item INVALSI (Monica, in press).

STUDIO II)

L'obiettivo principale del Progetto di Ricerca di Interesse Nazionale «Mathematics standardised assessment as a tool for teachers' professional development» ([2]) è lo sviluppo di un nuovo modello per lo sviluppo professionale degli insegnanti volto ad accrescere le conoscenze specialistiche per l'insegnamento della matematica. Per poter progettare il modello in modo consapevole e informato, nella prima fase del progetto sono stati somministrati questionari volti ad individuare i bisogni formativi e ad indagare le conoscenze specialistiche degli insegnanti e dei futuri insegnanti di matematica coinvolti (Cibien, in press; Viola *et al.*, 2024). In essi, viene chiesto ai partecipanti di riflettere su diversi aspetti dei quesiti INVALSI considerati, scelti perché esempi emblematici di macro-fenomeni emersi a livello nazionale e presentati senza le relative percentuali di risposta nazionali. In particolare, si chiede di riflettere su cosa valutano tali item, su quanto siano difficili per gli studenti, su quanto la formulazione possa essere un elemento che contribuisce ad aumentare la difficoltà, su quanto siano coerenti con le Indicazioni Nazionali e su quanto siano idonei alla valutazione. I questionari sono rivolti a insegnanti in servizio e in formazione di scuola primaria, scuola secondaria di I e di II grado, e diverse domande indagano nella direzione delle tre componenti del *triplice conflitto meta-didattico.*

In particolare, per comprendere il grado di consapevolezza degli insegnanti della scuola secondaria di secondo grado riguardo alle cause degli errori degli studenti in relazione all'item 21 della prova di matematica di grado 10 del 2017, è stata posta la seguente domanda aperta: «Secondo te qual è stata l'opzione sbaglia-

([1]) Per curriculum implementato si intende l'insieme di tutti gli argomenti trattati e realizzati effettivamente a scuola, in cui i docenti, come gli allievi, hanno un ruolo attivo (TIMSS2011_Frameworks-Chapter1.pdf).

([2]) Il progetto di ricerca «2022CKWY77 – Mathematics standardised assessment as a tool for teacher-s'professional development cup. F53D23006210001» è finanziato dall'European Union – NextGenerationEU sotto la National Recovery and Resilience Plan (PNRR) – Mission 4 Education and research – Component 2 From research to business – Investment 1.1 Notice Prin 2022 – DD N. 104 del 2/2/2022.

ta più scelta a livello nazionale? Perché?». Nello studio *trial*, hanno risposto a tale domanda 20 futuri insegnanti e 14 insegnanti in servizio nella scuola secondaria di secondo grado. Da una prima analisi dei dati, si evidenzia che la maggior parte dei rispondenti non individua l'opzione sbagliata più scelta dal campione nazionale. Quasi il 60% degli insegnanti in servizio indica come opzione sbagliata più selezionata l'opzione B, quella meno scelta a livello nazionale. Nelle interpretazioni fornite emerge il riferimento all'applicazione corretta della procedura (formula per il calcolo del coefficiente angolare come rapporto) e l'errore del segno viene prevalentemente imputato a «trascuratezza» o «errore di distrazione». Solo il 21% degli insegnanti in servizio individua l'opzione D come l'errore più frequente, attribuendone la scelta all'uso incorretto della formula. I futuri insegnanti che indicano D come distrattore più scelto sono in numero maggiore (il 35%), e le motivazioni che forniscono non si discostano da quelle dei colleghi in servizio. In generale, le risposte analizzate fanno riferimento unicamente ad aspetti procedurali e non ci sono riferimenti né ad aspetti concettuali né alla gestione di rappresentazioni in diversi registri semiotici. Si può ipotizzare che la differenza nelle percentuali relative all'individuazione dell'errore più comune tra gli insegnanti in servizio e i futuri insegnanti sia riconducibile alle diverse esperienze dei due gruppi coinvolti. Gli insegnanti in servizio potrebbero percepire questo item come «standard», poiché abituati a proporre esercizi analoghi nella loro pratica didattica, supportati anche dai manuali scolastici. Tali esperienze potrebbero averli portati a osservare frequentemente errori derivanti da procedure di calcolo, come la mancata considerazione dei segni o l'inversione degli elementi all'interno della formula per il coefficiente angolare.

Sono attualmente in atto le somministrazioni dei questionari definitivi a una più ampia popolazione di riferimento sul territorio italiano; l'analisi dei risultati permetterà di raccogliere informazioni più dettagliate in riferimento alle direzioni di ricerca, e in particolare al *triplice conflitto meta-didattico*, in modo tale da condurre una progettazione del modello per lo sviluppo professionale dei docenti in modo più consapevole e informato.

Maria Chiara Cibien
Università degli Studi di Ferrara
mariachiara.cibien@unife.it

Federica Ferretti
Università degli Studi di Ferrara
federica.ferretti@unife.it

Serena Monica
Università degli Studi di Ferrara
serena.monica@unife.it

Giada Viola
Università degli Studi di Ferrara
giada.viola@unife.it

Bibliografia

Arzarello, F., Ferretti, F. (2021). The connection between the mathematics INVALSI test and the teaching practices: an explorative study. In Falzetti P. (Ed.). *I dati INVALSI: uno strumento per la ricerca*. Milano: FrancoAngeli, 96-109.

Arzarello, F., Ferretti, F., & Vannini, I. (2022). La formazione degli insegnanti di matematica e le valutazioni standardizzate: primi risultati di un progetto di ricerca nazionale interdisciplinare. In *La ricerca educativa per la formazione degli insegnanti. Book of abstract*. Lecce: Pensa Multimedia, 65-66.

Atkin, J. M. (1998). The OECD study of innovations in science, mathematics and technology education. *Journal of Curriculum Studies*, *30*(6), 647-660.

Breakspear, S. (2012). *The policy impact of PISA*. Paris: OECD Publishing.

Bosch, M., Dreyfus, T., Primi, C., & Shiel, G. (2017). Solid findings in mathematics education: What are they and what are they good for? In Dooley, T., & Gueudet, G. (Eds.) *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CERME10, February 1-5, 2017). Dublin, Ireland: DCU Institute of Education and ERME.

Cibien, M.C. (*in press*). Pre-service teachers' professional development and mathematics Large-Scale Assessment. In M. Bosh, S. Carreira, G. Bolondi, M. Gaidoschik & C. Spagnolo (Eds.), *Proceedings of the Fourteenth Congress of European Research in Mathematics Education* (CERME14). ERME / Free University of Bozen-Bolzano.

De Lange, J. (2007). Large-scale assessment and mathematics education. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning, 2*, 1111-1144.

Doig, B. (2006). Large-scale mathematics assessment: looking globally to act locally. *Assessment in Education: Pinciples, Policy & Practice, 13*(3), 265-288.

Duval R. (2006), The Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z.

EMS (2011). «Solid Findings» in Mathematics Education. *Newsletter of the European Mathematical Society, 81*, 46-49.

Ferretti, F., & Arzarello, F. (under review). Mathematics teachers and standardized assessment: a three-fold meta-didactical conflict.

Ferretti, F. & Bolondi, G. (2019). This cannot be the result! The didactic phenomenon «the Age of the Earth». *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 52*(2), 194-207.

Ferretti, F., Gambini, A., & Santi, G. (2020). The Gestinv Database: A Tool for Enhancing Teachers Professional Development within a Community of Inquiry. In H. Borko and D. Potari (Eds.), *Proceedings of the Twenty-fifth ICMI Study School Teachers of mathematics working and learning in collaborative groups*. Portugal: University of Lisbon, 621-628.

Ferretti, F., & Giberti, C. (2021). The properties of powers: Didactic contract and Gender Gap. *International Journal of Science and Mathematics Education, 19*(8), 1717-1735.

Ferretti, F. & Santi, G. (2023). Teachers' subjectification as a dialogue with standardized assessment. *For the Learning of Mathematics*. *43*(2), 19-21.

Giberti, C. (2019). Differenze di genere in matematica: dagli studi internazionali alla situazione italiana. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, (5), 44-69.

Looney, J. W. (2011). Integrating Formative and Summative Assessment: Progress Toward a Seamless System? *OECD Education Working Papers* (58). https://doi.org/10.1787/5kghx3kbl734-en.

Meinck, S., Neuschmidt, O., & Taneva, M. (2017). Workshop Theme: «Use of Educational Large-Scale Assessment Data for Research on Mathematics Didactics». In *Proceedings*

of the 13th International Congress on Mathematical Education: ICME-13. Springer International Publishing, 741-742.

Monica, S. (in press). Le valutazioni standardizzate di matematica per la formazione degli insegnanti e dei futuri insegnanti di scuola secondaria di secondo grado: riflessioni sul three-fold meta-didactical conflict. In *«IX Seminario. I dati del e per il sistema educativo: strumenti per la ricerca e la didattica». Atti del Convegno omonimo*.

Sfard, A. (2008). Thinking as Communicating: Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing. Cambridge: Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511499944.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, *15*(2), 4-14.

Viola, G., Ferretti, F., Gambini, A., Francesca, M., & Spagnolo, C. (2024). Teachers' professional development and mathematics LSA: first result of national project. In *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *1*, 223-224.