ARCHIMEDE CULTURA La matematica delle storie e le storie della matematica

di Paolo Alessandrini

Nel capitolo 44 della celebre *Grammatica della fantasia*, Gianni Rodari scrive una frase che da sola apre un mondo:

Le fiabe servono alla matematica come la matematica serve alle fiabe.

Lo stesso, singolare dualismo ritorna nei titoli del capitolo 37 e di una scheda del capitolo 45 del medesimo saggio: «La matematica delle storie» e «Le storie della matematica». Nel capitolo 37, Rodari sostiene che la matematica e la logica sono spesso presenti, talvolta sotto mentite spoglie, nel mondo della narrazione. Una delle sue riflessioni è la seguente:

La novella, a sua insaputa, è anche un esercizio di logica. Ed è difficile rintracciare un confine tra le operazioni della logica fantastica e quelle della logica senza aggettivi.

D'altra parte, Rodari aveva citato il poeta tedesco Novalis già nell'antefatto della *Grammatica*:

Un giorno, nei Frammenti di Novalis (1772-1801), trovai quello che dice: «Se avessimo anche una Fantastica, come una Logica, sarebbe scoperta l'arte di inventare». Era molto bello. Quasi tutti i Frammenti di Novalis lo sono, quasi tutti contengono illuminazioni straordinarie.

Il ragionamento di Rodari è in definitiva questo: così come possiamo descrivere la realtà fisica mediante la matematica e le scienze quantitative, possiamo codificare anche i meccanismi della narrazione per mezzo di regole che non dovrebbero essere troppo diverse, almeno concettualmente, da quelle della logica, della matematica e della scienza. Una visione coraggiosa e modernissima: anziché marcare la propria distanza dalla prospettiva scientifica, come hanno fatto e fanno tuttora molti narratori e intellettuali, Rodari avverte la necessità di attingere da quel mondo elementi utili per dare una struttura alle storie altrui e costruire le proprie.

La scheda del capitolo 45 suggerisce una prospettiva inversa: non solo è facile riconoscere la presenza di elementi matematici nelle storie, ma possiamo trovare

anche abbozzi di trame all'interno della matematica. L'incipit di questa sezione è significativo:

Accanto a una «matematica delle storie» (vedi cap. 37) ci sono anche delle «storie della matematica».

Come ha scritto l'indimenticato Pietro Greco nel saggio L'universo a dondolo. La scienza nell'opera di Gianni Rodari (Springer, 2011), Rodari studiava «con sistematicità il rapporto complesso e bidirezionale tra scienza e fantasia. Nella convinzione che non solo la scienza serve alla fantasia, ma che la fantasia serve alla scienza». La via scelta da Rodari per dimostrare questo asserto è decisamente inaspettata: il «Game of Life» di John H. Conway.

Chi segue la rubrica Giochi matematici di Martin Gardner nella rivista «Scienze» (edizione italiana dello «Scientific American») mi ha già capito. I «giochi» che i matematici inventano per esplorare i loro territori, o scoprirne di nuovi, assumono spesso la caratteristica di «fictions» che stanno a un passo dall'invenzione narrativa. Êcco per esempio il gioco denominato «Vita», creato da John Norton Conway, un matematico di Cambridge («Scienze», maggio 1971).

Sappiamo che Rodari era un lettore della rivista «Le Scienze». Si divertiva in particolare con la celebre rubrica «Giochi matematici», che dal 1957 al 1980 fu curata dal grande Martin Gardner. Nel numero del 1971 citato da Rodari, apparve la traduzione italiana dello storico articolo The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game 'Life', nel quale Gardner descrisse la geniale invenzione di Conway.

Il «Game of Life» è il più celebre degli automi cellulari. Il suo nome è piuttosto improprio, perché non è veramente un gioco (non ci sono vincitori o perdenti). Si svolge su una griglia infinita di celle, ciascuna delle quali può essere viva oppure morta. Ogni cella ha otto celle adiacenti.

Le tre semplicissime regole governano l'evoluzione dell'automa, generazione dopo generazione, e creano una stupefacente e meravigliosa complessità di configurazioni:

- 1. una cella viva che ha meno di due celle vive adiacenti muore per solitudine;
- 2. una cella viva che ha più di tre celle vive adiacenti muore per soffocamento;
- 3. una cella morta che ha esattamente tre celle vive adiacenti diventa viva, per riproduzione.

Perché Rodari cita il «Game» di Conway? Cosa c'entra con le «storie della matematica»? Lo scrittore di Omegna lo chiarisce molto bene:

Esso consiste nel simulare sul calcolatore la nascita, la trasformazione e il declino di una società di organismi viventi. In questo gioco le configurazioni inizialmente asimmetriche tendono a diventare simmetriche. Il professor Conway le chiama: «l'alveare», «il semaforo», «lo stagno», «il serpente», «la chiatta», «la barca», «l'aliante», «l'orologio», «il rospo», ecc. Egli assicura che esse costituiscono «un meraviolioso spettacolo da osservare sullo schermo del calcolatore»: uno spettacolo in cui, in fin dei conti, l'immaginazione contempla se stessa e le proprie strutture.

L'ordine che viene distillato dal caos, un universo che evolve in modi sorprendenti pur rispettando le solite regole elementari, una prodigiosa biodiversità che danza senza tregua in una sterminata griglia di caselle. Ouesto mondo deve avere profondamente affascinato Rodari: e le creature brulicanti sulla scacchiera di Conway devono essergli sembrate molto simili ai personaggi delle sue storie. Quale miglior esempio per dimostrare che anche la matematica può essere narrazione?

Un recente, ottimo saggio di Gabriele Lolli, intitolato proprio Matematica come narrazione, sviluppa proprio questa tesi, mostrando come (cito dal risvolto di copertina), «nei programmi di grandi matematici i concetti sono i protagonisti di una fiaba che combina nuove idee in moduli ricorrenti, quelle tecniche del ragionamento che sono nate dalla retorica e dalla poesia greca».

Anche in questo caso, quindi, Rodari aveva precorso i tempi. La sua intuizione della matematica che racconta storie, inoltre, può rappresentare una fonte di ispirazione per chi si occupa di didattica e, ancor di più, di divulgazione: riuscire a trasformare in forma narrativa contenuti scientifici e matematici, che vengono solitamente veicolati in chiave astratta e formale, può rivelarsi uno strumento comunicativo molto efficace.

Se la riflessione sulla matematica *nella* fiction interessava soprattutto al Rodari studioso di letteratura fantastica, il Rodari autore era attratto maggiormente proprio dalla matematica come fiction, cioè dall'utilizzo delle strutture e delle idee matematiche come prestesto e fonte di ispirazione per storie. È in questo solco che si inseriscono molte filastrocche, poesie e novelle del celebre scrittore.

È piuttosto sorprendente constatare come Rodari abbia esplorato, con questo intento, numerosi e diversi territori della matematica: dalla teoria degli insiemi alla logica, dall'aritmetica alla geometria, dallo zero all'infinito, dalla logica al calcolo combinatorio.

Vediamo alcuni esempi. Rodari tocca spesso la teoria degli insiemi, che negli anni Sessanta e Settanta del secolo scorso aveva rafforzato la sua presenza nei programmi scolastici di tutto il mondo. Il motivo di questo successo va ricercato nel nuovo corso della didattica della matematica, influenzato da iniziative come il cosiddetto «New Math», un progetto di riforma dei curricoli di matematica negli Stati Uniti, e dal gruppo Bourbaki, i cui membri si erano proposti di riformare l'esposizione dei concetti della matematica eleggendo appunto la teoria degli insiemi a punto di partenza privilegiato.

Per la verità, di teoria degli insiemi Rodari parla anche, a livello teorico, nel già citato capitolo 37 della Grammatica della fantasia, in entrambe le due accezioni descritte sopra.

Teoria degli insiemi nella fiction:

La famosa novella del Brutto anatroccolo di Andersen – cioè del cigno capitato per errore in un branco di anatre – può essere tradotta in termini matematici nell'«avventura di un elemento A, capitato per errore nell'insieme degli elementi B, che non trova pace fino a quando non rientra nel suo insieme naturale, quello degli elementi A...»

Teoria degli insiemi come fiction:

Ora la domanda è questa: è lecito battere il percorso inverso, partire da un ragionamento per trovare una favola, utilizzare una struttura logica per un'invenzione della fantasia? Io credo di sì.

E qui Rodari propone alcuni possibili giochi che scaturiscono da idee «insiemistiche»: per esempio chiedere a un bambino di enumerare gli insiemi dei quali lui fa parte e farli diventare mattoni per costruire racconti.

La trovata dell'elencazione degli insiemi viene adoperata due volte dal Rodari autore di storie: nella poesia Insiemi, pubblicata nel 1968 dalla rivista «Il caffè» e riproposta nella raccolta postuma Il cavallo saggio, e nel romanzo breve C'era due volte il barone Lamberto, uscito dieci anni dopo. In entrambi i casi, Rodari snocciola una strepitosa lista arricchita da vari richiami a nozioni matematiche.

In *Insiemi*, Rodari tocca anche nozioni piuttosto avanzate e fa uso di una terminologia tecnica, come nei due seguenti frammenti:

l'insieme dei compratori di cravatte (che non sta in corrispondenza biunivoca con l'insieme dei portatori di cravatte, stanteché molte mogli comprano cravatte ma non le portano e molti mariti portano cravatte ma non le comprano) l'insieme dei numeri pari divisori di tredici, l'insieme dei ramarri parlanti, l'insieme dei rettangoli con cinque angoli, Come avrebbe potuto sentirsi mai solo, o temere per le sue difese personali, contemplando l'insieme di tutti i suoi insiemi, vedendolo crescere a vista d'occhio, docile ai suoi comandi?

Un altro argomento matematico che Rodari ha perlustrato con felice inventiva è quello dei numeri. Nella poesia Il trionfo dello zero, tratta da Filastrocche in cielo e in terra, Rodari si serve delle proprietà matematiche dello zero e del nostro sistema di numerazione posizionale in base 10 per costruire una storia divertente: più che altro, gioca sul fatto che ogni cifra appartenente a un numero ha un peso che dipende dalla posizione che essa occupa nel numero stesso.

Nella stessa raccolta, precisamente in Quanti pesci ci sono nel mare, si trovano anche spunti riguardanti le relazioni d'ordine tra i numeri, oltre che divagazioni geometriche (Problemi di stagione e Il mercante di diametri).

Non contento dei numeri noti, in A inventare i numeri, tratta dalle Favole al telefono, Rodari si diletta a crearne di nuovi:

- Inventiamo dei numeri?
- Inventiamoli, comincio io. Quasi uno, quasi due, quasi tre, quasi quattro, quasi cinque, quasi sei.
- È troppo poco. Senti questi: uno stramilione di biliardoni, un ottone di millantoni, un meravigliardo e un meraviglione.

E continua creando persino una tabellina immaginaria:

(...) tre per uno Trento e Belluno tre per due bistecca di bue tre per tre latte e caffè (...)

Favole al telefono appare particolarmente generosa di divertimenti aritmetici: nuovi numeri fantastici appaiono in Il palazzo da rompere e in Il naso che scappa, mentre in Abbasso il nove e in Promosso più due si trovano alcune chicche inerenti le operazioni aritmetiche.

Lo stesso tema viene citato anche nel fatidico capitolo 14 della Grammatica della fantasia, quello della «matematica delle storie», dove si parla addirittura di commutatività dell'addizione.

Ma il Rodari «matematico» non si accontenta dell'aritmetica e della geometria. Nel racconto (destinato a lettori adulti) Il discorso inaugurale, pubblicato nel 1960 su «Paese sera» e incluso nella nella raccolta postuma Il cane di Magonza, arriva a fondare l'intera vicenda su un problema di calcolo combinatorio:

- Signor presidente esordì il ministro.
- Signore aggiunse il ministro.
- Signori concluse per il momento il ministro. Quasi tutti fecero silenzio e alcuni si misero anche le dita nel naso. Il ministro proseguì.
- Mi era stato rispettosamente suggerito da taluno dei miei segretari di premettere al discorso che andrò a pronunciare l'efficacissimo preambolo della allocuzione con cui, il 27 gennaio 1932, inaugurai la storica fiera dei polli di Massafiscaglia, mentre persone a me legate da lunga ed affettuosa parentela avrebbero preferito vedermi scegliere i primi due periodi dell'orazione da me detta, or fanno tre anni, nella nobile città di Ascoli Piceno, scoprendovisi il busto dell'entomologo di chiarissima fama, professor N. H. Gualtiero Pisanti-Pisanetti, nel cinquantenario della morte della sua balia.
- Vi confesserò signori, che non ho tenuto conto alcuno di tali consigli. I numerosi lustri di ininterrotta permanenza nei governativi Gabinetti mi hanno consentito di accumulare nei miei archivi trentatré discorsi completamente dattiloscritti a spazio doppio, ognuno dei quali è divisibile in diciotto elementi autonomi e automobili, per un totale di cinquecentonovantaquattro elementi liberamente componibili come i frammenti di una tenia per formare nuovi discorsi. Quante diverse combinazioni di diciotto elementi cadauna sono possibili con la suddetta disponibilità di elementi numero cinquecentonovantaquattro?

La soluzione dell'enigma consiste nel calcolare il numero delle combinazioni semplici di 594 oggetti di classe 18. Rodari non si sottrae ai tecnicismi del calcolo e sfodera correttamente, nel corso del racconto, la nota formula basata sul coefficiente binomiale.

$$N = \binom{594}{18} = \frac{594!}{(594-18)!18!} = \frac{577 \cdot 578 \cdot \dots \cdot 594}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 18}$$

Curiosamente, però, Rodari commette un errore proprio alla fine, riportando come risultato dell'operazione il numero 79.450.745.379.459, che è di molti ordini di grandezza minore a quello corretto, 10.205.546.111.664.860.427.964.412.774.237.229.

A proposito di numeri molto grandi: secondo voi Rodari poteva non toccare, prima o poi, la nozione dell'infinito? Ovviamente no. Nella poesia Più uno, il grande scrittore riprende un'idea che era stata utilizzata da Cesare Zavattini: in un racconto del 1931, il famoso giornalista e sceneggiatore descriveva una grottesca «gara matematica» a chi diceva il numero più grande. Rodari la riformula come filastrocca, alludendo all'idea di infinito potenziale:

C'era una volta un tale che voleva trovare il numero più grande del mondo.

Comincia a contare e mai si stanca: gli viene la barba grigia, gli viene la barba bianca, ma lui conta, conta sempre milioni di milioni di miliardi di miliardi di strabilioni di meraviglioni di meravigliardi... In punto di morte scrisse un numero lungo dalla Terra a Nettuno. Ma un bimbo gridò: «Più uno!».

E il grande calcolatore ammise, un poco triste, che il numero più grande del mondo non esiste!

Concludo citando due elementi che testimoniano la grande simpatia che Rodari nutriva in generale per la matematica. In un passaggio del racconto natalizio Il pianeta degli alberi di Natale, pubblicato nel 1962, il capo del governo svela il motivo per il quale non ha presenziato a un'importante riunione:

- Stavo recandomi a una seduta. - continuò la voce. - quando mi è venuto in mente un magnifico problema di matematica. E allora, seduta per seduta, mi sono seduto qui per risolverlo. Qui c'è tanta quiete! E così mi è passata la voglia di andare alla riunione. Mi dispiace per i miei colleghi, ma dovranno eleggere un altro capo del governo. Mi considero dimissionario per ragioni matematiche.

In un'intervista del 1979, poi, a Rodari viene chiesto di dare un consiglio a un ragazzo che sogna di diventare uno scrittore. La sua pronta, spiazzante risposta è: «Studiare la matematical».

Paolo Alessandrini

Autore, divulgatore e docente di matematica paoloaless@gmail.com

Note bibliografiche

- M. GARDNER, The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game 'Life', in «Scientific American», 223/4 (ottobre 1970) - trad. it. Le fantastiche combinazioni del nuovo solitario di Conway, la 'Vita', in «Le Scienze», maggio 1971 - https://web.stanford. edu/class/sts145/Library/life.pdf.
- G. Lolli, Matematica come narrazione, Il Mulino, 2018.
- G. Rodari, Filastrocche in cielo e in terra, Einaudi, 1960.
- G. RODARI, Favole al telefono, Einaudi, 1962.
- G. Rodari, Il pianeta degli alberi di Natale, Einaudi, 1962.
- G. Rodari, Grammatica della fantasia, Einaudi, 1973.
- G. Rodari, C'era due volte il barone Lamberto, Einaudi, 1978.
- G. RODARI, Il cane di Magonza, Editori Riuniti, 1982.
- G. RODARI, Il cavallo saggio, Editori Riuniti, 1990.