DANTE E LA MATEMATICA

di Silvio Maracchia

IL MISTERO DEL 22

Nel XXIX canto dell'Inferno, Dante indica la misura circolare della nona bolgia in 22 miglia (vv. 7-9):

Tu non hai fatto sì a l'altre bolge: pensa, se tu annoverar lo credi che miglia ventidue la valle volge

Questa misura ha portato vari commentatori alla conclusione che essa si collegava al rapporto (approssimato) di 22/7 tra una circonferenza e il suo diametro, misura tratta dall'approssimazione calcolata da Archimede e che era diventata ai tempi di Dante, non avendo più a disposizione le opere dal grande matematico siracusano, il rapporto usato senza più ricordarne l'origine né la circostanza che si trattava solo di una buona approssimazione (1).

In verità, qualche anno prima di Dante, un matematico italiano, Leonardo Pisano (1170?-1228?), aveva ripreso il procedimento di Archimede giungendo alla medesima approssimazione ma le sue opere non erano molto diffuse.

Ci si può chiede, pertanto, se Dante avesse potuto conoscere le opere di Leonardo Pisano, ma dopo un'analisi dei riferimenti matematici fatti da Dante, tutto consente di pensare che ben altro sarebbe stato il livello di questi se egli avesse potuto conoscere la matematica esposta da Leonardo. A questa conclusione sono pervenuti molti commentatori (2) pur rimanendo aperta la domanda se Dante fosse a conoscenza che si trattasse di un'approssimazione e non di un valore esatto.

D'altra parte è chiaro che se il rapporto tra la circonferenza e il suo diametro fosse proprio il valore esatto 22/7 allora le due grandezze risulterebbero commensurabile e si potrebbe agevolmente rettificare la circonferenza e cioè poter costruire con una sottomultipla del diametro, un segmento esattamente uguale alla lun-

⁽¹⁾ Ricordiamo che nel canto successivo (v. 86) Dante afferma che la bolgia successiva misura 11 miglia e questo ha portato molti commentatori a tentare di misurare le dimensioni dell'Inferno dantesco, tra i quali ricordiamo Antonio Manetti (Dialogo di Antonio Manetti circa al sito forma e misura dello inferno di Dante Alighieri, poeta eccellentissimo) e quello di Galileo (Lezioni di Galileo Galilei intorno alla figura, sito, e grandezza dell'Inferno di Dante Alighieri) che si rifà allo stesso Manetti.

⁽²⁾ Un riferimento a questi commentatori e alle loro analisi si possono trovare nel mio articolo Dante e la Matematica stampato nel 1979 in questa stessa rivista (Fasc. 3, pp.195-208) cui si rimanda anche per i molti riferimenti cui si accennerà in seguito.

RTICOLC

ghezza di essa (3). Da questa possibilità seguirebbe poi la possibilità di poter quadrare il cerchio, risultato che è mostrato nella prima proposizione nella Misura del cerchio di Archimede.

Ebbene, poiché Dante si pronuncia chiaramente, come vedremo, sulla circostanza che tale quadratura ancora non è stata raggiunta, tutto farebbe pensare che egli considerasse quel 22/7 un valore, com'è in effetti, soltanto ben approssimato. Questo se egli avesse saputo che la rettificazione della circonferenza implicasse appunto la quadratura, ma è molto più probabile pensare che Dante ignorasse il procedimento di approssimazione nonostante fosse ripetuto da Leonardo Pisano, e prendesse quel 22/7 dall'uso corrente senza altra considerazione. D'altra parte, come mostreremo, la conoscenza matematica deriva dagli scritti di Aristotele che naturalmente non conosceva le opere di Archimede (4).

QUADRATURA DEL CERCHIO. GEOMETRIA E ARITMETICA

A proposito di quanto detto riportiamo la terzina di Dante nella quale, dopo aver manifestato il mistero di un volto umano nell'astratta Trinità, egli accenna ad un analogo mistero e cioè alla quadrabilità del cerchio non ancora raggiunta (Par. XXXIII, 133-135):

Qual è 'l geomètra che tutto s'affige Per misurar lo cerchio, e non ritrova, pensando quel principio ond'egli indige (5).

Inoltre Dante, seguendo le critiche di Aristotele, ricorda quel tentativo fatto da Brisone per la sua presunta quadratura del cerchio (6).

Dante accenna alla circostanza della non quadrabilità di un cerchio anche in un passo che vedremo in seguito, all'interno di un lungo brano del Convivio (Trattato secondo, XIII. 15 sgg.) nel quale ricorda la teoria di Pitagora secondo cui ogni cosa era numero e paragona l'aritmetica al sole e la geometria a Giove. Come il sole, scrive Dante, illumina tutti gli altri pianeti e come del sole non è

⁽³⁾ Ad esempio, data una circonferenza qualsiasi, prendendo come unità di misura U la settima parte del diametro tale diametro avrebbe 7U come misura e 22U la corrispondente circonferenza che risulterebbe pertanto di lunghezza uguale a quella di un segmento lungo appunto 22U (ecco dunque la rettificazione della circonferenza).

⁽⁴⁾ Dante stesso non conosce Archimede dato che non lo pone assieme agli altri grandi spiriti tra cui il matematico Euclide e l'astronomo Tolomeo (Inf. IV, 142).

^{(5) «..}ond'egli indige» di cui ha bisogno. I versi di Dante appaiono quasi la traduzione poetica del passo in cui Aristotele manifesta la sua perplessità sulla quadrabilità del cerchio (Categorie 7 b,31-33): «Ammettendo ad esempio la quadratura del cerchio sia un oggetto del sapere, si può constatare che non esiste ancora una scienza di tale quadratura, ma l'oggetto della scienza, come tale, sussiste» [trad. di Giogio Colli; cfr. per il commento relativo Maracchia (2017) I, pp. 62-73].

⁽⁶⁾ Dante (Par. XIII, 125 / 126) associa Brisone anche ai filosofi Parmenide e Melisso «. Brisso e molti, / li quali andavano e non sapean dove.» fidandosi della critica di Aristotele che si trova negli Analitici Secondi (75 b, 37 - 76 a, 3 e Confutazioni Sofistiche (171 b, 7-18) [cfr. Maracchia (2017) I; pp. 200; 362].

Archimede 3 2021

possibile sostenere la vista, così l'aritmetica illumina e permea tutte le altre scienze e sull'infinità dei numeri l'occhio dell'intelletto non può soffermarsi «però che 'l numero – scrive – quant'è in sé considerato, è infinito, e questo non potremo mai intendere» (ib. 19).

Si tratta di una infinità «in atto» mentre una infinità «in potenza» si potrebbe trovare nel numero degli angeli tale, a detta di Dante, da superare («s'immilla», scrive) quel numero che si ottiene allorché si sommano i numeri via via doppi, posti sulle caselle di una scacchiera secondo il noto aneddoto (7) o, forse, un qualunque numero comunque grande.

Dante potrebbe però considerare anche soltanto un numero talmente grande, ma fisso, da superare quello ottenuto nell'aneddoto (2⁶⁴-1). Leggiamo comunque la terzina (Par. XXVIII, vv. 91-93):

L'incendio suo seguiva ogni scintilla ed eran tante, che 'l numero loro più che 'l doppiar de li scacchi s'immilla.

Ad avvalorare questa ipotesi ricordiamo che in un'altra circostanza Dante parla proprio del «numero» degli angeli, motori dei cieli, che Salomone avrebbe potuto sapere ma non richiede (Par. XIII, 97-98):

Non per sapere il numero in che ènno li motor di qua su

Anche in un altro passo della *Monarchia* (8) Dante parla esplicitamente del numero degli angeli ignorato dai teologi così come è ignorata è dai matematici la quadratura del cerchio.

E il numero, osserva Dante, nasce dall'unità, via via sommandolo. E come dall'uno seguono di conseguenza tutti gli altri numeri, così il pensiero di Dio si trasmette da Cacciaguida a Dante (Par. XV 55-57):

Tu credi che a me tuo pensier mei da quel ch'è primo, così come raia. da l'un, se si conosce, il cinque e il sei (°).

⁽⁷⁾ Aristotele, cui Dante spesso si rifà, pur nominando l'infinito in atto senza il quale però non si può generare l'infinito in potenza [Metafisica 1051 a,31; MARACCHIA (2017) II. p. 35], afferma che il numero non può essere che infinito in potenza, tale cioè da «superare qualsiasi pluralità determinata » [Fisica, 207 b, 7-15; MARACCHIA (2017) II, p. 33].

⁽⁸⁾ Monarchia, Libro terzo, III, 2.

^(°) Notiamo che Aristotele più volte parla dell'unità come principio dei numeri; mi limito a citare il brano 108b, 26-31 dei *Topici* nel quale si considera appunto l'unità «*principio del numero*» [cfr. MARACCHIA (2017) I, pp. 294-295].

Ma torniamo al brano del *Convivio*: la geometria, poi, osserva Dante, è come Giove che si muove tra due cieli, l'infuocato Marte e il gelido Saturno e tra tutte le altre stelle si mostra quasi argentata. Allo stesso modo, infatti, la geometria si muove tra due concetti: il punto e il cerchio. Il punto, come dice Euclide, continua Dante, è principio della geometria; il cerchio, figura perfetta, ne è il fine. Entrambi però ripugnano alla sua certezza «ché lo punto per la sua indivisibilitade è immensurabile (10), e lo cerchio per lo suo arco è impossibile a quadrare perfettamente e però impossibile misurare a punto».

Così, di seguito: «La Geometria è bianchissima, in quanto è senza macula d'errore per sé e per la sua ancella, che si chiama Perspettiva» (11).

MATEMATICA E VERITÀ

La verità raggiunta dalla geometria viene più volte usata da Dante per la verità assoluta che esprime o per esemplificare altre verità. Così osserviamo che Salomone, sollecitato da Dio a chiedergli qualcosa, si limita a richiede il saper ben giudicare ma non richiede, come abbiamo già visto, il numero degli angeli o la spiegazioni sulla possibilità di un motore immobile o una verità geometrica (Par. XIII, 100-102), vale a dire:

Non, si est dare primum motum esse, o se del mezzo cerchio far si pote triangol sì ch'un retto non avesse.

In verità non solo Aristotele accenna alla proprietà enunciata da Dante ma ne pone addirittura una dimostrazione, diversa però da quella che eseguirà Euclide (¹²), entrambe basate sulla proprietà che la somma degli angoli interni di un triangolo è uguale a due angoli retti citata da Aristotele più volte (¹³).

Dante stesso, ma senza legame apparente, accenna probabilmente alla somma detta con l'asserire che nel triangolo non vi possono essere due angoli ottusi (*Par.* XVII,15) quale proprietà vista dai mortali, con assoluta precisione:

...come veggion le terrene menti non capere in un triangolo due ottusi

Notiamo che il non potere avere due angoli ottusi non indica che la somma degli angoli interni di un triangolo sia necessariamente uguale a due retti nonostan-

^{(10) «}Punto è ciò che non ha parte» scrive Euclide nella prima definizione del primo libro degli Elementi.
(11) Per un commento al Convivio cfr. l'edizione a cura di G. Fioravante, Mondadori, 2014, vol. II delle Opere a cura di M. Santagata.

⁽¹²⁾ Aristotele, *Analitici Secondi* 94 a, 27-35; Euclide XIII, 31. (13) Ad esempio in *Analitici Secondi* 73 b, 28-32; 34-74 a, 3.

te che Aristotele, noto a Dante, l'avesse più volte detto come abbiamo già osservato. Dante enuncia però questa proprietà esplicitamente in un passo della sua Monarchia come testimonianza di una proprietà non suscettibile di scelta (Monarchia Libro primo, XII,2): «Puta de hac: triangulus habet tres duobus rectis equales» e analogamente si era espresso per la matematica in genere (14) e altrove maltratta coloro che vorrebbero parlare di geometria o di altre scienze senza conoscerle (15): «sono molti idioti che non saprebbero l'a.b.c.e vorrebbero disputare in geometria, in astrologia e in fisica».

Alcune notizie relative alla matematica e citate da Dante appaiono di scarso rilievo come ad esempio la circostanza che, come le potenze dell'anima (l'Intellettiva che contiene la Sensitiva che a sua volta contiene la Vegetativa), così, scrive Dante, che si rifà al solito ad Aristotele (16) per il quale nel quadrilatero è contenuto il triangolo, così (17) «la figura del quadrangolo sta sopra lo triangolo e lo pentagono, cioè la figura che ha cinque canti [lati] sta sopra lo quadrangolo» (18).

Di maggiore importanza è quanto Dante afferma nella *Monarchia* (Libro primo, II,4) ove ricorda che la verità o è un principio o deve derivare da esso: «*Ma perché ogni verità che non è tra i principi deve derivare da qualche principio*, è necessario che in ogni inquisizione si abbia cognizione del [suo] principio dal quale deriva analiticamente (analetice)».

Come si vede, Dante si avvicina al cosiddetto «sistema ipotetico deduttivo» di cui fa cenno Platone (¹⁹) e viene stabilito ancora più esplicitamente da Aristotele (²⁰). Siamo dunque ad una consapevolezza della matematica così come si era sviluppata in Grecia e come viene esposta ancora ai nostri giorni.

CONCLUSIONE

La considerazione di Dante per la matematica è quindi assoluta anche se, a parte alcune nozioni tratte da maestri a lui contemporanei, essa era limitata quasi esclusivamente a quanto poteva trovare nelle opere del «maestro di color che sanno». Più volte egli mostra questa sua considerazione che scaturisce principalmente dalla verità che la matematica, come altre riflessioni terrene ed ultraterrene, era in grado

⁽¹⁴⁾ Monarchia, Libro primo, II, 5.

⁽¹⁵⁾ Convivio, Trattato quarto, XV, 16.

⁽¹⁶⁾ Aristotele, De Anima 414 b, 28-31: «Il caso delle figure è simili a quello dell'anima, giacché sempre nell'ordine successivo è contenuto in potenza il termine antecedente, e ciò vale sia per le figure come per gli esseri animati. Ad esempio nel quadrilatero è contenuto il triangolo» (trad. di G. Movia).

⁽¹⁷⁾ Convivio, Trattato quarto, VII, 14.

⁽¹⁸⁾ Così di scarso rilievo è il cenno di Dante su due circonferenze con centri diversi (*Questio de aqua et terra*, par. III).

⁽¹⁹⁾ Platone, Fedone 101, d-e.

⁽²⁰⁾ Numerosi sono i brani di Aristotele da cui poter dedurre una la costruzione del sistema ipotetico deduttivo; mi limito ad una «partenza» che si trova in *Analitici Secondi 71* a, 1-9. Per una analisi esaustiva cfr. Silvio Maracchia, *La matematica come sistema ipotetico-deduttivo. Profilo storico*, Le Monnier, Firenze, 1975.

di mostrare anche ai più scettici, quella verità che, come scrive quasi a riassunto delle sue cognizioni:

Il vero è lo bene dell'intelletto (21).

Silvio Maracchia

silvio maracchia@libero.it

Bibliografia

Tutte le opere di Dante, a cura di Fredi Chiappelli, Edizione del Centenario, Mursia, Milano, 1965; pp. 1169.

Dante Alighieri. La Divina Commedia esposta e commentata da Piero Bargellini, voll. 3, Vallecchi, Firenze, 1967-1968; pp. 438, 480, 560.

Dante Alighieri. La Divina Commedia, a cura di Luigi Medici, Bolis, Bergamo, 1949; pp. 458.

Dizionario della Divina Commedia, a cura di Michele Messina, Feltrinelli, Milano,1965², pp. 731.

Per altri autorevoli Commenti alla *Divina Commedia* cit. ad esempio: https://dante.dart-mouth.edu/.

- B. D'AMORE, Dante e la Matematica, Giunti, Firenze-Milano, 2011, pp. 222.
- G. LORIA, Le Matematiche nel secolo di Dante in Studi su Dante e sulla scienza del suo secolo, vol. III dell' Archivio di Storia della Scienza diretto da Aldo Mieli, ed. Leonardo da Vinci Roma. 1922.
- S. Maracchia, Dante e la matematica in «Archimede», Firenze, 1979 n. 4; pp.197-208.
- S. MARACCHIA, *La Matematica in Aristotele*, ed. Nuova Cultura, Roma, voll. 2, 2017; pp. 477, 456.

⁽²¹⁾ Convivio, Trattato secondo, XIII, 6.