

DIVISIONE «PER SVUOTAMENTO»: UN'ATTIVITÀ DIDATTICA DAL PROGETTO PERCONTARE ADATTATA ALLA DIDATTICA A DISTANZA

di **Silvia Funghi e Roberta Munarini**

INTRODUZIONE

Il progetto PerContare (www.percontare.it) nasce dall'intento di promuovere pratiche didattiche che favoriscano l'apprendimento dei concetti matematici principali all'interno della scuola primaria. Una delle caratteristiche principali del progetto è quella di cercare di diffondere pratiche che si basino su un approccio di tipo laboratoriale, ma che permettano allo stesso tempo l'inclusione di tutti i bambini.

Il progetto non nasce con l'intento di sviluppare pratiche di didattica a distanza (DaD), tuttavia riteniamo importante illustrare qui un'attività realizzata in «classe» in modalità DaD dalla seconda autrice di questo articolo. L'attività di cui parleremo affronta uno dei nodi tematici ritenuti più «spinosi» tra quelli della scuola primaria, ossia l'introduzione dell'operazione di divisione all'interno di una classe seconda primaria. Nelle Indicazioni Nazionali si legge: «*L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice. [...] Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria*».

Tuttavia, è ben noto come questo tipo di abilità e di competenze sia difficile da sviluppare nei bambini a livello di scuola primaria, in particolare in relazione all'operazione di divisione. Infatti, gli studenti mostrano difficoltà nel calcolo sia scritto che mentale della divisione. Risulta difficile per gli studenti, inoltre, mantenere un controllo sui loro processi di calcolo quando utilizzano algoritmi come quello della divisione in colonna. I meccanismi dell'algoritmo d'altra parte raramente sono sviscerati all'interno del contesto scolastico, e quindi vengono spesso, nel migliore dei casi, solo memorizzati senza capirne il senso (si veda l'articolo di Boaler pubblicato su *Archimede* 1/2016). Questa dinamica ritorna in vari studi che mettono in evidenza come per gli studenti sia talvolta difficile comprendere quale operazione di divisione (euclidea, o con i numeri decimali) sia necessaria per la risoluzione di un problema e interpretare il risultato ottenuto in relazione ai vincoli della situazione descritta (molto famoso è a questo proposito *il problema dei camion*, analizzato da Di Martino, Baccaglioni-Frank all'interno di *Archimede* 4/2016).

Per permettere ai bambini della scuola primaria di sviluppare e consolidare il senso dell'operazione di divisione in parallelo alla formalizzazione dell'operazione da un punto di vista algoritmico, il progetto PerContare propone di sviluppare l'approccio alla divisione a partire da quella che chiamiamo «divisione per svuotamento», sulla quale poi si può innestare in un secondo momento l'introduzione della cosiddetta *divisione canadese* (Boero, Ferrero, 1988). Quest'ultimo approccio alla divisione, infatti, si è rivelato essere adatto per permettere agli studenti di mantenere il controllo sulle proprie scelte durante tutto l'arco del processo della divisione (Boero, Ferrari, Ferrero, 1989; Ferrero 1990), e quindi arrivare a formalizzare l'algoritmo di calcolo senza perdere la connessione con il senso di ciò che si sta facendo.

LA LEZIONE: CONTESTO, STRUTTURA E OBIETTIVI

La lezione che andiamo a presentare è stata realizzata dalla seconda autrice di questo articolo in una classe seconda primaria in una scuola dell'Emilia-Romagna, quindi in una delle regioni che per prime hanno chiuso le scuole, e che hanno dovuto adattarsi ad un contesto di DaD da più tempo. La lezione nasce dopo 2 mesi di intenso lavoro da parte dei docenti della classe che si sono attivati fin da subito per mantenere i contatti con le bambine e i bambini e le loro famiglie con tutti i mezzi possibili.

Passato questo primo momento dedicato a ristabilire e consolidare una rete di contatti, si è cercato di continuare il percorso disciplinare avviato prima del lockdown. In classe i bambini avevano già iniziato ad affrontare la moltiplicazione, e la seconda autrice, insegnante della classe, non voleva rinunciare ad uno degli aspetti peculiari della didattica in presenza, in comune con il progetto PerContare, ossia quello di presentare le operazioni aritmetiche a *coppie complementari*⁽¹⁾ (addizione/sottrazione, moltiplicazione/divisione). Ha quindi voluto tentare di realizzare una lezione di introduzione alla divisione, che andasse di pari passo con quanto fatto sulla moltiplicazione fino a quel momento.

Ma come farlo senza stravolgere il proprio approccio didattico? Nella didattica in presenza, la seconda autrice è abituata a proporre ai suoi allievi lezioni in cui i «problemi matematici» si affrontano con una modalità laboratoriale, con artefatti concreti e per scoperta – con un approccio alla didattica della matematica coerente con il quadro della Mediazione Semiotica (Bartolini Bussi, Mariotti, 2008). Si è scelto quindi di realizzare una videolezione in diretta con gli alunni all'interno della quale fosse prevista un'attività manipolativa, seppur breve, perché ritenuta una modalità adatta per seguire gli alunni passo passo nell'introduzione ad un nuovo argomento.

⁽¹⁾ Spesso nei libri si parla di coppie di *operazioni inverse*, ma la dicitura a nostro avviso non è del tutto precisa per il seguente motivo: se si pensa alle operazioni di addizione e moltiplicazione come a funzioni che a due numeri in input associano un numero in output, non è possibile invertirle (per esempio, alla somma 8 non corrisponde un'unica coppia di addendi).

Oltre alla manipolazione, l'altro elemento fondamentale è stato quello della narrazione: l'attività è stata contestualizzata all'interno di una situazione problematica di tipo narrativo che coinvolgesse tutti bambini (Zan, 2016). Questi elementi erano finalizzati a favorire nei bambini la capacità di spiegare e descrivere ai compagni e alle docenti i procedimenti attuati; la richiesta di spiegare il proprio operato è stato pensato come uno degli elementi cardine della lezione, proprio nell'ottica di favorire una riflessione sul senso delle azioni individuali (si veda come nella tabella a seguire, fatta eccezione per la consegna iniziale, le domande principali della seconda autrice – «Come avete fatto? Cosa abbiamo fatto con la pasta?» – siano volte a sollevare proprio una riflessione dei bambini su questo aspetto).

Avendo una formazione molto solida sul Lesson Study (Bartolini Bussi, Ramploud, 2018), la seconda autrice è abituata a tracciare progettazioni molto dettagliate per le sue lezioni. Il Lesson Study infatti è una pratica di formazione insegnanti, nata in oriente, in cui un team di insegnanti progetta collettivamente e in modo dettagliato una lezione, ne osserva la realizzazione ad opera di uno dei docenti del team e poi riflette e riprogetta eventualmente la lezione realizzata sulla base di quanto osservato. In questo caso, la seconda autrice ha scelto di seguire uno schema di progettazione simile a quello utilizzato nei Lesson Study, in quanto ha sottolineato come fosse ancora più necessario progettare la lezione in modo preciso e dettagliato a causa dei tempi molto stretti a cui vincola la DaD, e perché ha trovato i tempi di attenzione dei bambini ulteriormente ridotti dalle difficoltà della comunicazione sulle piattaforme online. Di seguito riportiamo una traccia della sua progettazione.

Come si può vedere dalla tabella riportata nella pagina a fianco, è stato proposto di lavorare con materiali facilmente reperibili in ogni casa, come della pasta (oppure biglie, blocchi per costruzioni, stuzzicadenti, cannucce) e dei piatti (oppure barattoli, bicchieri, contenitori). Il materiale necessario era stato comunicato in anticipo alle famiglie, in modo tale che ciascuna avesse il tempo di organizzarsi. È stata scelta intenzionalmente come operazione da affrontare 24:2, realisticamente rappresentata dalla richiesta di dividere tra 2 persone la quantità di 24 grani di pasta. Il numero del dividendo, 24, è stato scelto con particolare cura, perché essendo divisibile per molti numeri naturali (2, 3, 4, 6, 8, 12) può essere riproposto più volte per affrontare divisioni diverse, e perché essendo non troppo grande ha reso più semplice il reperimento del giusto numero di grani di pasta da parte di tutti i bambini.

Un aspetto particolarmente evidente nella progettazione riguarda la riflessione attenta sull'uso delle parole da utilizzare, già previste a priori in modo da essere pronti ad agganciarvisi nella lezione per rilanciarle poi nel momento di confronto e riflessione nel grande gruppo (si noti l'attenzione data alle parole «distribuito», «diviso», «svuotare») – in coerenza con il quadro della Mediazione Semiotica.

L'attività è stata pensata anche per essere il più inclusiva possibile: le modalità di lavoro con cui modularla per renderla adatta ad un bambino con disabilità presente nella classe sono state co-progettate con l'aiuto dell'insegnante di sostegno, e hanno fatto sì che il bambino riuscisse a effettuare la distribuzione della pasta e a conteggiare il risultato della divisione con la supervisione del genitore.

Descrizione	Cosa mi aspetto	Tempo
Brevi saluti iniziali e riepilogo dei materiali occorrenti: – 30 oggetti o pasta, e 6 piatti. – quaderno e matita		5 minuti
Prendiamo il quaderno e scriviamo: «Prepariamo i piatti». Mostro il testo scritto sul PPT e lo detto.		5 minuti
Problema: <i>«Prendiamo 24 grani di pasta e mettiamoli sul tavolo».</i> Oggi a pranzo ci saranno solo 2 persone quindi prepariamo i loro piatti. Siccome vogliamo che ciascuno abbia lo stesso numero di grani di pasta, quanti ne mangerà ogni persona? Quanta pasta potrò dare ad ogni persona?	Ci sarà chi distribuisce 1 grano di pasta per volta e chi distribuirà invece gruppi di pasta più numerosi.	5 minuti
Ora riprendete il quaderno e scrivete come avete fatto. Descrivete bene tutto ciò che avete dovuto fare per scoprire quanti grani di pasta mangia ciascuno. Domani mi invierete la foto del vostro quaderno.	I bimbi scrivono sul quaderno	5/10 minuti
Come avete fatto? Inizio ad ascoltare le risposte di chi ha finito; chiedo agli altri bambini di alzare la mano quando hanno finito.	Se tutti hanno distribuito 1 grano di pasta per volta, chiedo «Potevamo fare più velocemente?»	10 minuti
Cosa abbiamo fatto con la pasta?	Mi aspetto che esca la parola «distribuito» o «diviso»	5 minuti
Prendiamo il quaderno e scriviamo: «Ogni persona riceve 12 grani perché abbiamo diviso/distribuito la pasta». In «matematica» $24:2=12$ perché $12 \times 2=24$.		
Saluti		2 minuti
Se avanza tempo		
Problema: «Ora a tavola siamo in 3. Rimetti tutto nel primo piatto e prova a dare ad ogni persona lo stesso numero di pasta.»	Ci sarà chi distribuisce la pasta in gruppi più grossi. Magari chi riesce già a fare $24:3=8$ perché $3 \times 8=24$. Di certo rimarco la possibilità di «svuotare» il piatto un po' alla volta.	

PERCHÉ LA DIVISIONE «PER SVUOTAMENTO»?

È stato scelto questo tipo particolare di approccio alla divisione, la divisione «per svuotamento», perché si è ritenuto che ben si prestasse ad essere introdotto attraverso un'attività manipolativa, e perché a nostro avviso getta tutte le basi su cui fondare successivamente lo studio della divisione canadese. Ma facciamo un passo indietro: chiariamo cosa intendiamo con divisione canadese e con divisione «per svuotamento».

La divisione canadese (Boero, Ferrero, 1988; Ferrero 1990) funziona – nella sua versione non ottimizzata – in questo modo: il solutore considera il divisore e individua un suo qualsiasi multiplo che sia minore del dividendo; sottrae tale multiplo dal dividendo, e ripete lo stesso ragionamento a partire dal risultato di questa sottrazione (cioè individua un multiplo del divisore che sia minore del risultato della sottrazione e così via) finché non ottiene come risultato di una sottrazione un resto minore del divisore, eventualmente 0.

Facciamo un esempio contestualizzato nella situazione pasta-e-piatti: se si vogliono distribuire 13 grani di pasta su 4 piatti, si può scegliere per esempio di distribuire in prima battuta 8 grani di pasta (2 grani per ogni piatto, si veda la Figura 1).

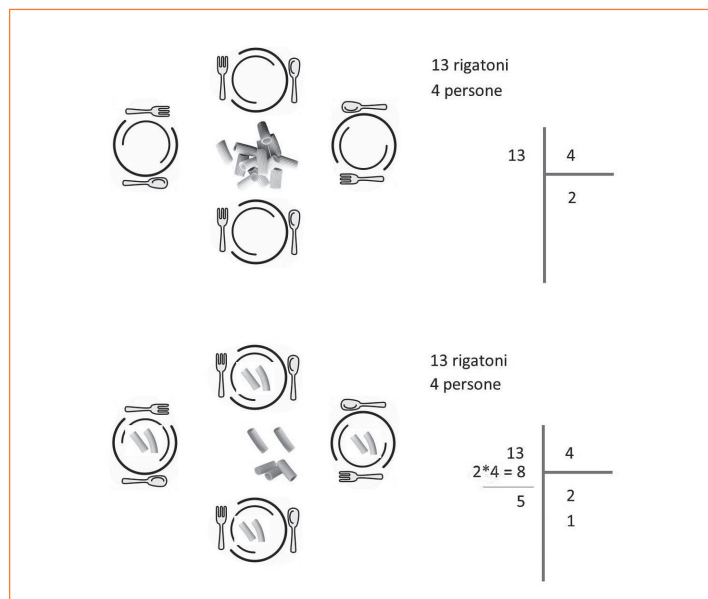


Figura 1 - Situazione iniziale della divisione 13:4 (sopra) e dopo il primo giro di distribuzione (sotto).

A questo punto restano sul piatto $13-8=5$ grani di pasta, che si possono andare a dividere distribuendo per esempio 4 grani di pasta (1 grano per ogni piatto) (si veda la Figura 2).

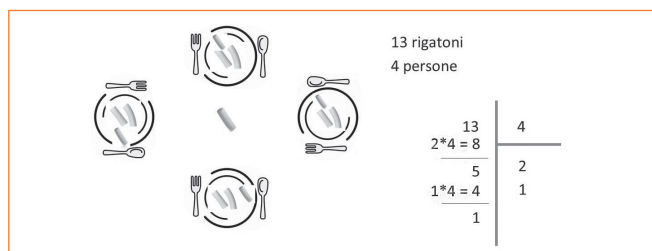


Figura 2 - Situazione della divisione 13:4 al secondo giro di distribuzione.

L'unico grano di pasta rimasto non si può distribuire tra 4 persone, quindi la divisione 13:4 termina e dà come risultato 3 (ciascuno ha ricevuto 2 grani di pasta al primo giro e 1 al secondo giro) con resto 1. In basso a destra nella Figura 2 è visibile una delle possibili formalizzazioni dell'algoritmo in forma scritta: sotto al dividendo si trova traccia delle progressive operazioni di svuotamento (cioè, quanto ha perso il dividendo ad ogni giro di distribuzione, e quanto è rimasto da distribuire) e sotto al divisore invece si ritrovano i multipli del divisore usati per determinare quanto distribuire ad ogni giro (nel nostro esempio al primo giro si è scelto di distribuire prima 8 e poi 4 grani di pasta, che sono rispettivamente multipli di un fattore 2 e di un fattore 1 del divisore).

Come si può vedere, l'algoritmo della divisione canadese risulta essere facilmente collegabile a contesti reali, ed inoltre lascia al solutore la libertà di decidere come muoversi all'interno del processo di distribuzione – cioè ognuno può scegliere arbitrariamente quali multipli del divisore considerare. Negli algoritmi di divisione più avanzati – come per esempio la divisione canadese ottimizzata e la divisione in colonna – questo aspetto di arbitrarietà si perde, e come progetto PerContare crediamo che ciò contribuisca a rendere questi ultimi algoritmi difficili da interpretare da parte degli studenti. Tale aspetto è uno dei motivi per cui all'interno del nostro progetto consigliamo di introdurre inizialmente la divisione canadese non ottimizzata e di affrontare altri algoritmi con meno libertà (perché ottimizzati) nelle classi più alte della scuola primaria, quando gli studenti si sono già impadroniti del senso delle varie operazioni della divisione.

Abbiamo così denominato la divisione proposta all'interno della lezione presa in esame «per svuotamento» perché la sua caratteristica principale quando la si realizza in una situazione realistica – come nel nostro caso – è che via via che il processo di distribuzione va avanti, il numero di cose da distribuire (che rappresenta il dividendo) tende appunto a svuotarsi progressivamente. La divisione «per svuotamento» però, non prevedendo nessun tipo di algoritmo di calcolo formale, può essere vista come una sorta di divisione canadese *in nuce*.

Questo approccio è stato scelto in relazione alla classe considerata (una seconda primaria) perché particolarmente semplice da realizzare con materiali tra i più vari e perché, mancando appunto di un algoritmo di calcolo formale, è stato utilizzato come modalità per far esplorare in modo piuttosto libero ai bambini le loro scelte per la distribuzione. È fondamentale osservare che in questo caso l'obiettivo non

era quello di fornire ai bambini un metodo di calcolo, quanto di ‘agganciare’ l’operazione ad un’esperienza concreta, che permettesse poi un lavoro di riflessione collettiva su quanto sperimentato e sui motivi delle scelte di ciascuno.

COSA È EMERSO DALL’ATTIVITÀ

Nella nostra lezione, i 24 grani di pasta sono stati distribuiti dai bambini in vari modi, dal momento che la consegna volutamente aperta ha lasciato liberi i bambini di operare nel modo che più preferivano. Sono emerse, in particolare, 3 strategie da parte dei bambini:

- Distribuire 1 grano per persona, cioè sottrarre dal dividendo 2 grani di pasta ad ogni giro di distribuzione;
- Distribuire un mucchietto di pasta per persona, di una quantità scelta in modo arbitrario (per esempio 5 grani di pasta per persona);
- Calcolare il risultato della divisione mentalmente e poi dividere la pasta di conseguenza, creando due «mucchietti» di pasta della quantità desiderata.

Per coloro che hanno scelto una strategia del primo o del secondo tipo, la contestualizzazione ha suggerito un tipo di distribuzione simile a quella che di solito si farebbe, per esempio, con le carte da gioco in una partita dove ci sono diverse mani: all’interno di una mano, il mazziere distribuisce un certo numero di carte a un giocatore, poi all’altro e così via. Questo tipo di approccio è particolarmente evidente in chi distribuisce un grano di pasta per volta finché i 24 grani di pasta non sono finiti. Questa strategia è stata giudicata dai bambini che l’hanno utilizzata come «sicura», perché dava la certezza di aver ottenuto la giusta soluzione, tanto è vero che alcuni hanno riproposto lo stesso tipo di strategia anche nella rappresentazione di quello che avevano fatto (si veda la Figura 3). Un bambino, T., ha commentato di aver previsto prima a mente una distribuzione di più grani di pasta per persona, ma di aver poi effettuato nella pratica la distribuzione 1 per 1 per essere proprio sicuro di aver svolto la consegna correttamente («questo è il mio modo di essere sicuro»).

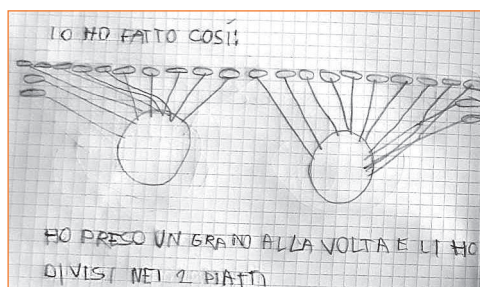


Figura 3 - La rappresentazione di un bambino dell’attività svolta. Il bambino ha rappresentato la pasta all’esterno dei 2 piatti, e ha collegato poi ciascun grano di pasta a uno dei due piatti, replicando sul piano grafico il processo di distribuzione effettuato manualmente.

Per quanto riguarda la terza strategia, la condivisione e spiegazione dei processi da parte dei bambini ha permesso di capire che una bambina, F., per trovare la propria risposta al problema ha fatto ricorso a conoscenze legate anche ad un altro ambito disciplinare (l'orologio e la giornata, si veda la Figura 4), a dimostrazione dell'importanza di un lavoro che connette, mette insieme i saperi, senza distinzioni disciplinari.

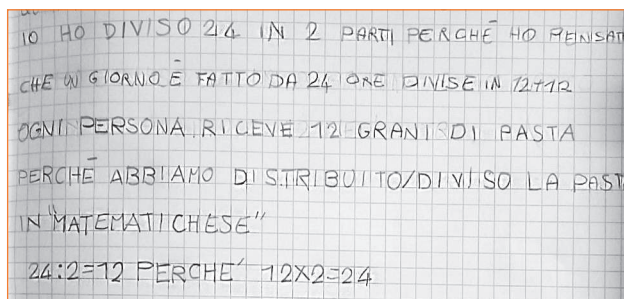


Figura 4 - La strategia di una bambina: «Io ho diviso in 2 parti perché ho pensato che un giorno è fatto da 24 ore divise in 12+12». Ogni persona riceve 12 grani di pasta perché abbiamo distribuito/diviso la pasta. In 'matematiche' $24:2=12$ perché $12 \times 2 = 24$ ».

Nel prosieguo della lezione è stato posto un nuovo problema da risolvere, per esplorare eventuali cambi di strategie da parte dei bambini: «Adesso proviamo a dividere la pasta in 3 piatti per dare a ciascuno la stessa quantità. Descrivi come hai fatto».

Durante l'ascolto reciproco i bambini hanno avuto modo di capire che, anche con strategie diverse, tutti sono stati in grado di dividere la pasta in parti uguali. In particolare, in questa seconda versione dell'attività, diversi bambini hanno scelto di distribuire ricorrendo alla tabellina del 3 prima di dividere in parti uguali, forse influenzati dalla strategia dell'amica che aveva ricondotto 24 alle ore della giornata, e quindi spinti a vedere 24 come 12+12.

Questa fase del lavoro ha facilitato secondo noi la comprensione di dove si trovasse ogni bambino nel proprio processo d'apprendimento. Un bambino, F., per esempio, ha condiviso con tutti che lui aveva scelto di distribuire 5 grani di pasta per persona, ma al secondo giro di distribuzione si è accorto che non ne avrebbe avuti a sufficienza, quindi ha cambiato strategia, togliendo dai piatti la pasta già messa per correggere il proprio errore, e passando quindi a distribuire 3 grani per persona. L'aver lasciato i bambini liberi di agire come credevano, quindi, ci ha portato ad avere un esempio di strategia che è praticamente già quello della divisione canadese, e anche un esempio di gestione costruttiva del proprio errore – considerazioni che fanno sì che questo episodio possa essere richiamato in futuro per riflettere con i bambini su entrambi gli aspetti.

La settimana successiva la seconda autrice ha continuato il lavoro per rinforzare i concetti affrontati in precedenza e scoprire le divisioni con resto diverso da zero. In una seconda lezione ha quindi proposto l'esplorazione della divisione con

resto diverso da zero con lo stesso tipo di attività, proponendo di dividere 37 grani di pasta in 3 piatti.

Tutti i bambini, dopo aver diviso come meglio ritenevano, hanno trovato il resto e hanno cercato una soluzione al problema. Anche qui si è avuto modo di raccogliere dagli alunni delle considerazioni interessanti in vista di futuri rilanci:

- Alcuni bambini hanno proposto di suddividere anche l'ultimo maccherone in 3 parti uguali da distribuire ugualmente;
- Altri di prendere altri 2 maccheroni per «completare» il resto, e distribuire 1 grano per persona;
- Altri, lasciando a parte la pasta rimasta, hanno proposto di metterla in un piatto a sé (di darla al cane, di tenerla da parte per un prossimo pasto...).

È interessante osservare che le 3 soluzioni individuate dai bambini alla domanda di come gestire il problema del resto possono aprire le porte a considerazioni anche piuttosto importanti sulla divisione come operazione, ossia:

- La suddivisione del resto in 3 parti uguali anticipa la divisione come operazione sui numeri razionali, e in particolare sulla lettura delle frazioni come **numero misto**;
- L'idea di «completare» il resto (per eccesso, oppure per difetto) può essere una base da cui partire per approfondire pratiche di **divisione approssimata**;
- Il suggerimento di lasciare il resto da parte chiaramente può portare ad una prima formalizzazione della **divisione euclidea**.

I primi due aspetti potranno essere esplicitati ed approfonditi soltanto negli anni successivi, ma riteniamo importante sottolineare come l'attività proposta abbia potuto generare delle grandi opportunità di operare rilanci in futuro richiamando alla memoria questa esperienza, all'apparenza piuttosto semplice.

ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

L'attività che abbiamo illustrato in questo lavoro è stata scelta perché riteniamo che sia un esempio delle possibilità che una attenta riflessione sui contenuti e sulle modalità di insegnamento possono offrire – anche in un contesto di DaD, nonostante le complicità e i vincoli che questa indubbiamente pone agli insegnanti. In particolare, abbiamo cercato di offrire un esempio di gestione di una didattica laboratoriale in tale contesto; come esempio riteniamo sia significativo perché delinea la possibilità di mantenere alcuni punti di contatto con la scuola prima del lockdown, laddove si utilizzava questa modalità anche in precedenza, soprattutto per le attività di tipo esplorativo. Quanto abbiamo mostrato fa emergere, tra i vari aspetti, l'importanza del preparare molto bene la lezione: serve, a

nostro avviso, una progettazione fine, che merita di essere definita anche giorno dopo giorno, nei momenti che precedono la lezione attraverso un continuo lavoro di *labor limae* – questo sempre, ma a maggior ragione in un contesto di DaD dove i tempi sono molto ridotti. Ai fini del successo delle attività didattiche proposte, inoltre, secondo noi è estremamente importante che l'insegnante ponga molta attenzione all'analisi delle produzioni dei bambini (siano esse scritte, orali, gestuali), perché questo permette di individuare le strategie, i modi di pensare dei bimbi, le loro difficoltà, e di costruire lo sviluppo del percorso didattico su continui rilanci di queste produzioni.

Da un punto di vista disciplinare, la selezione accurata del particolare nodo da affrontare all'interno di un così breve tempo è stata parte del successo della lezione. Come abbiamo visto, la divisione «per svuotamento» – e la sua «evoluzione», la divisione canadese non ottimizzata – come primo tipo di approccio alla divisione presenta indubbiamente diversi vantaggi. In primo luogo, emerge facilmente da situazioni problematiche realistiche, perciò si possono creare facilmente attività manipolative per esplorarla. Dal punto di vista più strettamente matematico, abbiamo visto che questo approccio alla divisione costituisce un approccio più trasparente nei significati rispetto al tradizionale algoritmo della divisione in colonna. Lasciando ai bambini la libertà di operare come desiderano, offre spazio per il confronto tra soluzioni diverse, l'argomentazione delle proprie scelte, e lo sviluppo di processi di controllo sul proprio operato.

Questi aspetti rimandano, più in generale, ad una didattica in cui molta attenzione viene posta sull'esplorazione delle strategie dei bambini in relazione alla *costruzione di senso*, oltre che sull'abilità di svolgere l'operazione. Una procedura di calcolo, infatti, è un prodotto culturale che condensa al suo interno una serie di elementi, quali concetti, convenzioni, scelte «oculate», spesso in modo nascosto: in questo senso, è un prodotto *finale* di un processo storico-culturale di raffinamento e di ottimizzazione di una serie di operazioni. Pertanto, è necessario che durante il processo di apprendimento di una qualsiasi procedura di calcolo si dedichi tempo alla costruzione del suo significato, altrimenti si rischia di incentivare un apprendimento di tipo puramente mnemonico. E questo è rischioso perché può alimentare nello studente una visione della matematica come un insieme di regole da memorizzare, influenzando negativamente sul suo rapporto con questa (Zan, Di Martino, 2009). Inoltre, la mera memorizzazione non permette lo sviluppo di quella flessibilità che è fondamentale per chi fa matematica, per esempio nel saper utilizzare la stessa procedura in situazioni diverse o nel saperla modificare in relazione all'obiettivo del problema: Boaler (2016) evidenzia la capacità di «*usare i numeri in modo flessibile*».

D'altra parte – come evidenziato dall'attività proposta – riteniamo che nella costruzione di senso giochino un ruolo fondamentale la consapevolezza dello studente delle proprie scelte e la capacità di sapersi esprimere e relazionare con posizioni diverse dalla propria – entrambi obiettivi chiaramente stabiliti all'interno delle Indicazioni Nazionali per il I ciclo («*L'alunno [...] sceglie le azioni da compiere [...] e le concatena in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del*

problema»; «Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti»). In quest'ottica, un lavoro su algoritmi più trasparenti, come quello della divisione canadese, prima della presentazione degli algoritmi standard ci sembra possa permettere proprio lo sviluppo dell'autonomia dello studente nelle sue scelte. Citando Zan (1998): «Qualsiasi sia il prodotto, un processo di pensiero è di per sé significativo: la sensazione di «potercela fare» passa dalla semplice produzione di un risultato giusto, alla consapevolezza di poter pensare».

Silvia Funghi

Università di Pisa
silvia.funghi@dm.unipi.it

Roberta Munarini

Insegnante sperimentatrice del progetto PerContare
robertamunarini@icdonborghi-re.edu.it

Bibliografia

- M. G. BARTOLINI BUSSI, M. A. MARIOTTI (2008), *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij*, in «L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate», vol. 32 A-B, pp. 270-294.
- M. G. BARTOLINI BUSSI, A. RAMPLOUD (Eds.) (2018), *Il lesson study per la formazione degli insegnanti*, Roma, Carocci Editore.
- J. BOALER (2016), *Matematica senza paura* (Traduzione in italiano di *Fluency Without Fear*, a cura di A. Baccaglioni-Frank), in «Archimede», Anno LXVII, n. 1/2016, pp. 5-13.
- P. BOERO, E. FERRERO (1988), *La tecnica canadese vince*, in «La Vita Scolastica», anno XLII, n. 8.
- P. BOERO, P. L. FERRARI, E. FERRERO (1989), *Division problems: Meanings and procedures in the transition to a written algorithm*, in «For the Learning of Mathematics», n. 9(3), pp. 17-25.
- P. DI MARTINO, A. BACCAGLINI-FRANK (2016), *La didattica della matematica e l'interpretazione dei fenomeni di classe. Il problema dei camion*, in «Archimede», rubrica Strane storie matematiche, anno LXVII, n. 4.
- E. FERRERO (1990), *Strategie di calcolo e significati della sottrazione e della divisione tra 7 e 9 anni*, in «L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate», n. 13, pp. 67-86.
- R. ZAN (2016), *I problemi di matematica – Difficoltà di comprensione e formulazione del testo*, Roma, Carocci Editore.
- R. ZAN, P. DI MARTINO (2009), *Different Profiles of Attitude Toward Mathematics: the Case of Learned Helplessness*, in M. TZEKAKI, M. KALDRIMIDOU, C. SAKONIDIS (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME33)*, Vol. 5, pp. 417-424.
- R. ZAN (1998), *Problemi e Convinzioni*, Bologna, Pitagora.