

VALUTARE IN MATEMATICA PER COMPETENZE

di Alice Lemmo e Anna Guerrieri

LA VALUTAZIONE NEI CONTESTI EDUCATIVI

Esistono tante e diverse definizioni di valutazione scolastica. Independentemente dalle sfumature che si possono rintracciare, tutti gli autori nazionali ed internazionali concordano nel considerare la valutazione come un insieme di attività in cui si raccolgono prove dell'apprendimento in modo pianificato e sistematico e si utilizzano per prendere decisioni sul processo di insegnamento-apprendimento (si veda ad esempio, De Lange, 1999; Castoldi, 2016). In base ai diversi obiettivi, molti autori scelgono di distinguere varie tipologie di valutazione. La più comune distinzione è tra valutazione *formativa* e *sommativa*: la prima, spesso anche chiamata valutazione *per* l'apprendimento, ha l'obiettivo di accompagnare e regolare il processo di insegnamento-apprendimento; mentre la seconda, denominata anche valutazione *dell'*apprendimento, ha lo scopo di certificare il raggiungimento di determinati obiettivi alla conclusione di un percorso (Domenici, 2003). In questo contributo non vogliamo entrare nel merito di queste sfaccettature, abbracciandone una piuttosto che un'altra, ma ribadire che ogni attività valutativa intrapresa nel contesto educativo deve essere «un processo che genera conoscenza» (Corsini, 2023, p. 11), independentemente dall'obiettivo che si intende perseguire. In questi termini, la valutazione svolge un ruolo cruciale perché dovrebbe fornire un feedback a tutti gli attori del processo di insegnamento-apprendimento (Hattie e Timperley, 2007) e avere risvolti formativi. Uno degli studi di riferimento su questo tema è quello di Black e Wiliam (2009) in cui gli autori suggeriscono cinque strategie per rendere formativo il processo valutativo, tra cui: chiarire e condividere le intenzioni di apprendimento e i criteri di successo; fornire un feedback che faccia progredire gli studenti e attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento.

In studi precedenti, Black e colleghi (2003) hanno proposto come strategia: *l'uso formativo dei test sommativi*. Anche se lo scopo degli/delle insegnanti è quello di certificare il raggiungimento di determinati obiettivi o traguardi e di dividerli con agenti esterni (ad esempio i genitori), gli strumenti utilizzati per tali scopi rientrano nelle attività di classe e quindi dovrebbero integrarsi con tutte le pratiche di insegnamento-apprendimento con finalità formative, senza dimenticare gli aspetti peculiari di ciascuna disciplina. In questa prospettiva, la pratica di valutazione, anche attraverso compiti scritti e verifiche, impone di

definire con precisione i risultati attesi di fronte alle azioni educative (Pellerey, 2004). Questi risultati dovrebbero essere interpretati come «**comportamenti** finali osservabili e, in qualche modo, misurabili» (Pellerey, 2004, p. 35, grassetto dell'autore). Secondo Vannini (2019) la valutazione dovrebbe essere uno strumento per garantire la qualità del livello di competenze raggiunto dagli studenti e il raggiungimento degli obiettivi curricolari. La definizione degli obiettivi è dunque un passaggio cruciale nel processo valutativo e per questo è strettamente legata alla disciplina di riferimento e alla sua definizione di competenza.

LA VALUTAZIONE IN MATEMATICA

La principale funzione della valutazione è quella regolativa e cioè si pone come strumento per permettere di prendere decisioni riguardo l'adattamento e la rimodulazione continua dei percorsi didattici in base alle esigenze di studenti, studentesse e docenti. In questa prospettiva, è fondamentale definire in modo chiaro gli obiettivi e i traguardi educativi, riferiti alle competenze da raggiungere, per non confonderli con lo strumento stesso. In mancanza di ciò, il rischio è di identificare il processo di insegnamento-apprendimento con quello delle prestazioni che ne derivano, traducendosi in un pericoloso «addestramento al compito» (Popham, 2001, trad. it. a cura della autrici).

La qualità di una prestazione da valutare non dipende, però, solo dall'insieme di conoscenze e abilità che l'allievo/a possiede (o meno), perché esistono diversi fattori non direttamente osservabili che entrano in gioco; pertanto, è essenziale un quadro teorico disciplinare chiaro. Ciò si ricollega all'idea di competenza come processo complesso e multidimensionale. Una definizione di competenza matematica potrebbe fornire uno strumento per organizzare, chiarire e affrontare determinati fenomeni, e utile per interpretare le difficoltà degli studenti o per creare contesti adatti a costruire, strutturare e attivare interventi didattici (Brunelli e Lemmo, 2023; Lemmo, 2023a).

Abbiamo scelto il modello di competenza matematica descritto da Niss e Højgaard (2019) ⁽¹⁾ perché condividiamo il punto di vista orizzontale adottato dagli autori:

[...] il compito [...] è caratterizzare ciò che significa essere competenti in matematica. Vogliamo farlo in termini generici, cioè indipendentemente da specifici ambiti della matematica e dai livelli di istruzione. Questo è [...] necessario per affrontare ciò che descrive la competenza matematica *attraverso e oltre* gli ambiti e i livelli educativi [...] (Niss & Højgaard, 2019, p. 10, trad. it a cura delle autrici, enfasi delle autrici).

Nel definire le competenze matematiche, Niss e Højgaard (2019) individuano due obiettivi principali che suddividono ulteriormente in 4 competenze ciascuno.

⁽¹⁾ Questo studio si inserisce nel progetto: Danish KOM project (KOM: Competencies and the Learning of Mathematics).

Il primo è «porre e rispondere a domande in o per mezzo della matematica» (p. 15), rispettivamente suddiviso in 4 competenze: *il pensiero matematico; porre e risolvere problemi matematici; trattare modelli matematici e modellizzare; intraprendere ragionamenti matematici*. Il secondo è «gestire il linguaggio, i costrutti e gli strumenti matematici» (p. 17), che a sua volta viene descritto dalle competenze: *trattare le rappresentazioni matematiche; utilizzare i simboli e i formalismi matematici; impiegarsi in una comunicazione matematica; avvalersi di ausili e strumenti matematici materiali*.

La Figura 1 rappresenta le otto competenze matematiche come un «fiore», in cui ogni petalo è diverso dagli altri ma si intreccia con ciascuno. Queste intersezioni sono intenzionali perché le competenze non sono affatto disgiunte anche se ognuna possiede una sua specifica identità: nell'attivare una delle competenze, alcune o tutte possono intervenire in ruoli ausiliari ⁽²⁾.

Per andare «attraverso e oltre» le aree disciplinari e i livelli educativi, gli autori suggeriscono tre dimensioni per descrivere il possesso di una competenza da parte di un individuo. *Il grado di copertura* di una competenza rappresenta la misura in cui tutti gli aspetti che inquadrano la competenza sono posseduti. *Il raggio di azione* si riferisce al tipo di situazioni in cui l'individuo può attivare con successo la competenza. Infine, il *livello tecnico* indica il livello di sofisticazione dei concetti matematici, dei risultati, delle teorie e dei metodi che l'individuo può mettere in

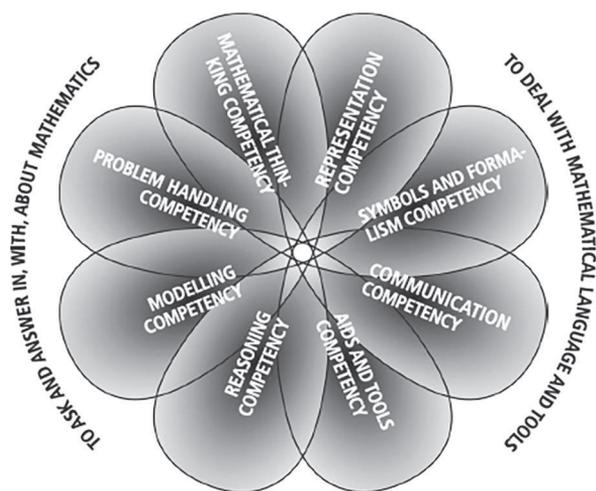


Figura 1 - Fiore delle competenze matematiche (Niss & Højgaard, 2019, p. 19).

⁽²⁾ In questa concettualizzazione le competenze sono di natura puramente cognitiva. Gli autori riconoscono gli aspetti affettivi, disposizionali e volitivi come fattori che influenzano le attività matematiche ma li concepiscono come dipendenti da una molteplicità di variabili di sfondo difficilmente osservabili e descrivibili.

atto quando esercita la competenza. Le tre dimensioni suggeriscono che non è possibile definire se un individuo possiede o meno una delle competenze; piuttosto, è possibile identificare un grado/livello di competenza a seconda di come queste dimensioni si intrecciano.

Per calare queste dimensioni nel contesto italiano, le Linee guida nazionali in merito alla descrizione dei giudizi sintetici per la valutazione degli apprendimenti nella scuola primaria ⁽³⁾, la certificazione delle competenze per il primo ciclo di istruzione ⁽⁴⁾ e al termine dell'obbligo di istruzione ⁽⁵⁾ individuano diverse dimensioni collegabili alle precedenti: l'*autonomia* che l'alunno manifesta rispetto a uno specifico obiettivo educativo; il *tipo di situazione* (nota o non nota, complessa o semplice) all'interno della quale l'alunno rivela di aver raggiunto l'obiettivo e le *risorse* (personali o fornite dal docente, in termini di abilità e conoscenze) mobilitate per completare il compito. Infine, la *consapevolezza* sull'uso delle proprie risorse nelle diverse situazioni e la *padronanza* con cui le gestisce. Queste ultime dimensioni possono essere un punto di riferimento per identificare i livelli di ciascuna competenza. Infatti, il *grado di copertura* di una competenza riguarda tutti gli aspetti di una competenza posseduti dallo studente e può essere correlato alle *risorse* da lui possedute o impiegate. Il *raggio d'azione* si riferisce al *tipo di situazioni* in cui l'individuo attiva con successo la competenza. Infine, il *livello tecnico* indica la misura in cui lo studente utilizza i metodi matematici e può riferirsi alla sua *autonomia* nell'affrontare le situazioni con *consapevolezza* e *padronanza*.

Combinando queste dimensioni si ottengono diversi livelli di competenza (Tabella 1). Gli studenti e le studentesse con un livello di competenza *iniziale* (1) hanno un grado di copertura ristretto perché si affidano alle risorse fornite dall'insegnante, possiedono un raggio d'azione limitato alle situazioni note e un basso livello tecnico che si esprime in una mancanza di autonomia e continuità. Al contrario, gli studenti e le studentesse con un livello di competenza *avanzato* (4) mostrano un ampio raggio d'azione rispetto a tutti i tipi di situazioni, comprese quelle non note; un ampio grado di copertura che corrisponde all'uso di risorse personali (elaborate individualmente sulla base di quelle proposte dall'insegnante); e infine un raffinato livello tecnico gestito con autonomia e continuità. I livelli intermedi si differenziano per il tipo di situazioni e di risorse.

⁽³⁾ Legge n.150/2024, allegato A <https://www.mim.gov.it/valutazione>.

⁽⁴⁾ D.M. 742/2017, <https://www.mim.gov.it/-/linee-guida-certificazione-delle-competenze>.

⁽⁵⁾ D.M. 09/2010, <https://www.gazzettaufficiale.it/eli/id/2010/06/25/10A07714/sg>.

Tabella 1: Descrizione dei livelli di competenza

<i>Livello</i>	<i>Livello tecnico (autonomia e continuità)</i>	<i>Raggio di azione (situazioni)</i>	<i>Grado di copertura (risorse)</i>	<i>Descrizione dei livelli di competenza (d.M. 742/20017)</i>
4. Avanzato	Si	Situazioni note e non note	Risorse personali e fornite dall'insegnante	L'alunno/a svolge compiti e risolve problemi complessi, mostrando padronanza nell'uso delle conoscenze e delle abilità; propone e sostiene le proprie opinioni e assume in modo responsabile decisioni consapevoli
3. Intermedio	Si	Situazioni note	Risorse personali e fornite dall'insegnante	L'alunno/a svolge compiti e risolve problemi in situazioni nuove, compie scelte consapevoli, mostrando di saper utilizzare le conoscenze e le abilità acquisite
	No	Situazioni non note		
2. Base	Si	Situazioni note	Risorse fornite dall'insegnante	L'alunno/a svolge compiti semplici anche in situazioni nuove, mostrando di possedere conoscenze e abilità fondamentali e di saper applicare basilari regole e procedure apprese
1. Iniziale	No	Situazioni note	Risorse fornite dall'insegnante	L'alunno/a, se opportunamente guidato, svolge compiti semplici in situazioni note

SUGGERIMENTI PER LA PROGETTAZIONE DI PROVE SCRITTE DI MATEMATICA

Molto spesso le prove scritte di matematica sono costituite da compiti in cui si chiede agli studenti di: enunciare definizioni, teoremi, ecc.; risolvere esercizi come quelli presentati durante l'attività didattica; rispondere a domande simili a quelle già trattate in classe. Questo tipo di prove trasmette un messaggio molto pericoloso, che spesso porta alla costruzione o elaborazione di una visione strumentale della disciplina matematica (Skemp, 2006). Inoltre, un compito di questo genere non permette di osservare se esistono livelli alti di competenza ma solo la presenza di livelli medio-bassi perché il raggio di azione e il grado di copertura sono limitati.

Questo non significa stravolgere la costruzione delle prove scritte, piuttosto guardarle con occhi diversi. Ad esempio, la semplice richiesta di determinare le soluzioni di un'equazione richiede competenze che vanno oltre quelle relative alla gestione di simboli e formalismo. Consapevoli del ventaglio di competenze a di-

sposizione e dei diversi livelli, la soluzione di un'equazione può essere proposta con ampie possibilità: rappresentare l'equazione nel piano cartesiano, descrivere le soluzioni e la loro accettabilità in base al contesto in cui l'equazione si inserisce, modellizzare situazioni attraverso equazioni e così via. Questo è particolarmente vero per i compiti di ampio respiro in cui le strategie possibili sono molteplici e spaziano sull'uso di diverse rappresentazioni. In aggiunta, somministrare compiti che si concentrano sulle competenze è un modo per dare a studenti/esse l'opportunità di esprimersi nel rispetto delle loro attitudini.

Durante i nostri percorsi di formazione ⁽⁶⁾, chiediamo ai/alle docenti come valutano le prove scritte di matematica. La maggior parte di loro afferma di utilizzare i punteggi per determinare il voto finale. Alcuni insegnanti scelgono un numero di punti che corrisponde a ogni compito corretto, poi valutano i prodotti degli studenti contando gli errori o le risposte mancanti e sottraendo una parte dei punti alla somma. In questo modo, il voto si basa su ciò che gli/le studenti/esse non sono in grado di fare e/o su ciò che manca.

Come più volte ripetuto, il feedback deve giocare un ruolo essenziale nella valutazione; per questo motivo è importante impostare la restituzione dei dati raccolti in modo da evitare che sia un mero conteggio degli errori. Non può trattarsi di una singola misura o di un singolo voto. La restituzione dei dati dovrebbe essere altrettanto complessa e multidimensionale, per consentire a studenti/esse di cogliere la natura sfaccettata di ciò che fanno e sanno fare. L'approccio che presentiamo potrebbe consentire a insegnanti e studenti/esse di andare oltre i prodotti e il numero di risposte giuste/sbagliate/mancanti, riflettendo su ogni competenza e analizzandola con l'obiettivo di prendere decisioni su come far progredire il percorso di insegnamento-apprendimento.

L'utilizzo dei quattro livelli definiti nel paragrafo precedente per ogni competenza permette di osservare e interpretare ciò che è stato effettivamente fatto nella prova. Questa restituzione motiva anche la scelta di compiti di ampio respiro: non è importante la soluzione, ma l'approccio adottato per ogni compito: l'attenzione sul numero o sulla gravità degli errori scompare e ci si concentra solo sull'approccio ai compiti.

Consideriamo ad esempio il problema ⁽⁷⁾:

In un negozio un abito è messo in vendita con uno sconto del 30% sul prezzo originario. Durante la stagione dei saldi il prezzo già scontato viene ancora abbassato del 10%. Qual è la percentuale complessiva di sconto sul prezzo originario dell'abito?

In Figura 2 sono presentate tre risposte fornite dagli studenti.

⁽⁶⁾ Tra questi, «I pomeriggi della didattica» promosso all'interno del progetto «Lauree scientifiche» dell'Università dell'Aquila.

⁽⁷⁾ Tratto dalla prova Invalsi di grado 10 (seconda secondaria di II grado) del 2012.

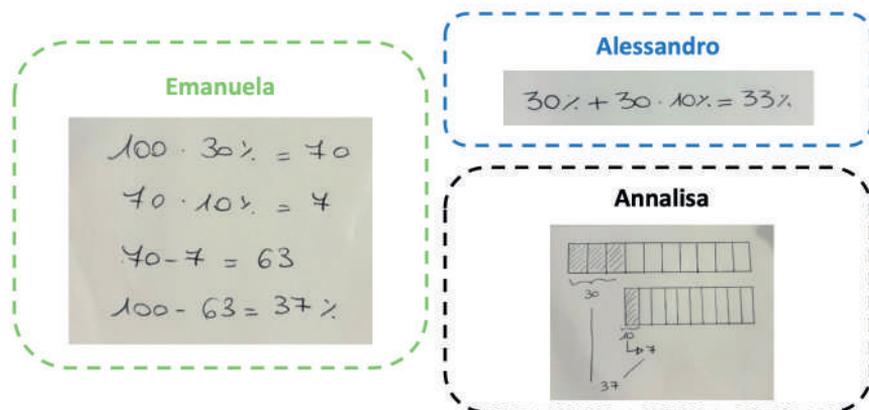


Figura 2 - Esempi di risposte al problema dell'abito.

Per valutare questo compito all'interno di una prova scritta di matematica, l'insegnante potrebbe scegliere che la risposta corretta del compito valga 4 punti, e potrebbe sottrarre un punto per ogni errore commesso nel processo risolutivo. In questo modo, l'enfasi è sugli errori commessi e/o le risposte mancanti. Con il nostro approccio, il messaggio sarà diverso perché il singolo compito contribuirà a identificare il livello per ogni competenza. Per esempio, anche di fronte a soluzioni non corrette (Alessandro), l'analisi della risposta potrebbe mostrare la capacità dello studente nel calcolo delle percentuali in casi semplici (30% e 10%) e una difficoltà legata alla modellizzazione della situazione: lo sconto del 10% dovrebbe essere applicato al prezzo attuale di vendita, corrispondente al 70% del prezzo originario. Anche davanti a risposte non attese (Annalisa), il/la docente può notare la capacità della studentessa nella modellizzazione, supportata dall'uso di una rappresentazione grafica. In questo caso, il lavoro futuro della studentessa potrebbe essere incentrato sulla rappresentazione algebrica. Infine, si possono incontrare risposte che si avvalgono di un caso particolare (Emanuela) per cui la percentuale è ricavata partendo da un possibile prezzo corrispondente a 100 euro. Mentre Emanuela e Annalisa necessitano di un lavoro rispetto al *porre e rispondere a domande in o per mezzo della matematica*, Alessandro potrebbe richiedere supporto nella componente legata al *gestire il linguaggio, i costrutti e gli strumenti matematici*.

Questa tipologia di analisi può essere applicata ad una prova di matematica che contiene varie tipologie di compiti che si distinguono, ad esempio, per il tipo di situazione presentata (nota o non nota). Nella Figura 3 presentiamo un esempio di ciò che potrebbe essere la restituzione di una prova scritta (Lemmo, 2023b). Il feedback riguarda le competenze rispetto ai diversi livelli: in questo caso si nota un livello avanzato nel trattare il linguaggio e gli strumenti matematici, ma un livello base nel *porre e rispondere a domande in o per mezzo della matematica*.

	Competenze	Livelli
Porre e rispondere a domande in o per mezzo della matematica	Rappresentazione	2
	Simboli e formalismo	2
	Comunicazione	3
	Strumenti e ausili	3
	Ragionamento	5
Cesitare il linguaggio, i concetti e gli strumenti matematici	Modellizzazione	3
	Problemi	3
	Ragionamento	4
	Pensiero Matematico	4

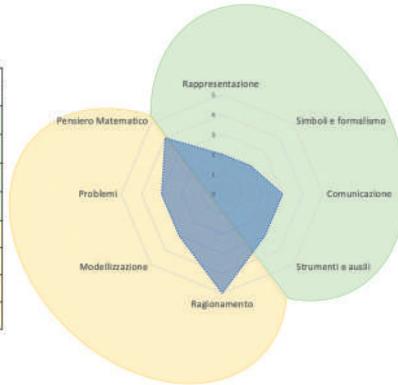


Figura 3 - Esempi di restituzione di una prova scritta.

RINGRAZIAMENTI

Questo lavoro è stato sviluppato e approfondito grazie al contributo e il lavoro delle docenti che ci hanno accompagnato e delle loro classi; lo scambio, il confronto e il dibattito è stato ricco e prezioso. Ringraziamo: Grazia Cotroni (Convitto Nazionale Cotugno, AQ); Antonella D'Alessandro, Margherita Del Manso, Chiara Paolizzi (Istituto Omnicomprensivo di Tagliacozzo, AQ); Giuseppe Dimatteo, Ornella de Bari, Rita Giglio, Jeanette Montanaro, Simona Zaccaria (IC Alessandro Volta, TA); Rossella Annoni (ICS Cassina De' Pecchi, MI); Antonella Sucapane (IC Valmaggia, RM).

Alice Lemmo

Università dell'Aquila
alice.lemmo@univaq.it

Anna Guerrieri

Università dell'Aquila
anna.guerrieri@univaq.it

Bibliografia

- Black, P., & Wiliam D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21, 5-31. <https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>.
- Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D. (2003). *Assessment for learning: Putting it into practice*. Buckingham: Open University Press. ISBN: 0-335-21297-2.
- Brunelli, F., Lemmo, A. (2023). Valutazione in matematica: alcune riflessioni e spunti. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, Numero speciale n. 11, 2023, pp. 37-48.
- Castoldi, M. (2016). *Valutare e certificare le competenze*. Roma: Carocci. ISBN: 9788843079384.
- Corsini, C. (2023). *La valutazione che educa: Liberare insegnamento e apprendimento dalla tirannia del voto*. Milano: FrancoAngeli. ISBN-10: 8835147247.
- De Lange, J. (1999). *Framework for classroom assessment in mathematics*. Madison, WI: NICLA/WCER.
- Domenici, G. (2003). *Manuale della valutazione scolastica*. Bari: Laterza. ISBN-10: 8842070076.
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of educational research*, 77(1), 81-112. <https://doi.org/10.3102/0034654302984>.
- Lemmo, A. (2023a). Le prove INVALSI come strumento di riflessione per una valutazione multidimensionale in matematica. *Nuova Secondaria*, XL(5), 88-93. ISSN 1828-4582.
- Lemmo, A. (2023b). Mathematical written tests as formative assessment practice. In Drijvers, P., Csapodi, C., Palmér, H., Gosztonyi, K., & Kónya, E. (Eds.). *Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)*. Alfréd Rényi Institute of Mathematics and ERME.
- Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102, 9-28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>.
- Pellerey, M. (2004). *Le competenze individuali e il Portfolio*. Firenze: La Nuova Italia. ISBN-10: 8845310620.
- Popham, W. J. (2000). *Modern educational measurement: Practical guidelines for educational leaders*. Needham, MA: Allyn and Bacon. ISBN-10: 0205287700.
- Skemp, R.R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88-95. <https://doi.org/10.5951/MTMS.12.2.0088>.
- Vannini, I. (2019). *La qualità nella didattica: metodologie e strumenti di progettazione e valutazione*. Trento: Erickson.